

TEMA 1: PROBABILIDAD

- 1) Experimentos aleatorios:
 - Experiencias aleatorias, espacio muestral, sucesos.
 - Tipos de sucesos.
 - Operaciones con sucesos.
 - Propiedades y Leyes de Morgan.
- 2) Frecuencia relativa y probabilidad:
 - Ley de Laplace.
- 3) Definición axiomática de probabilidad:
 - Axiomas.
 - Propiedades.
- 4) Probabilidad condicionada.
- 5) Sucesos dependientes e independientes.
- 6) Probabilidad total.
- 7) Probabilidad “a posteriori”. Fórmula de Bayes.

RESUMEN DEL TEMA

1) EXPERIMENTOS ALEATORIOS:

- * Experimento aleatorio es aquel cuyo resultado es imposible de predecir de antemano.
- * Espacio muestral es el conjunto de posibilidades o resultados posibles del experimento aleatorio y se designa por **E**.
- * Suceso aleatorio es cada uno de los posibles subconjuntos que están incluidos en el espacio muestral. Se designa por una letra mayúscula A, B, C... nunca E.

TIPOS DE SUCESOS:

- * Suceso elemental: es aquel que no se puede descomponer, está formado por un único elemento.
- * Suceso compuesto: es aquel que se puede descomponer en otros sucesos, está formado por varios elementos del espacio muestral.
- * Suceso imposible: aquel que no se realiza nunca y se designa por \emptyset .
- * Suceso seguro: se realiza siempre, se designa por E (espacio muestra).
- * Sucesos compatibles: son aquellos que pueden darse simultáneamente.
- * Sucesos incompatibles: son aquellos que no pueden darse a la vez.
- * Suceso contrario: de un suceso A es \bar{A} , si se realiza uno no se realiza el otro
 - El contrario del imposible es el seguro: $\overline{\emptyset} = E$
 - El contrario del seguro es el imposible: $\bar{E} = \emptyset$

OPERACIONES CON SUCESOS:

- * **Unión de sucesos:** es el conjunto formado por sucesos elementales comunes y no comunes a los dos.
 $A \cup B \rightarrow$ se cumple A ó B
- * **Intersección de sucesos:** es el conjunto formado por sucesos elementales comunes a los dos.
 $A \cap B \rightarrow$ se cumple A y B
- * **Diferencia de sucesos:** es el conjunto formado por los sucesos que verifican A y no B.
 $A - B = A \cap \bar{B}$

PROPIEDADES Y LEYES DE MORGAN:

* $A \cup \bar{A} = E$

* $A \cap \bar{A} = \emptyset$

Leyes Morgan: * $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
* $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

2) **FRECUENCIA RELATIVA Y PROBABILIDAD:**

La frecuencia relativa de un suceso es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número de pruebas: $f_r = \frac{f}{N}$
La probabilidad tiende a estabilizarse a medida que crece N alrededor de un número que llamamos probabilidad.

* Por definición cumple: $0 \leq P(A) \leq 1$

- Ley de Laplace: $P(A) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$

3) **DEFINICIÓN AXIOMÁTICA DE PROBABILIDAD:**AXIOMAS:

1.- $P(A) \geq 0$

2.- $P(E) = 1$

3.- A y B **incompatibles**, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

PROPIEDADES:

1.- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

2.- $P(\emptyset) = 0$

3.- Si $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

4.- Si A_1, A_2, \dots, A_n son sucesos incompatibles dos a dos se cumple:
 $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$

5.- A y B **incompatibles**, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

6.- $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

4) **PROBABILIDAD CONDICIONADA:**

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B)$$

5) **SUCESOS DEPENDIENTES E INDEPENDIENTES:**

Dos sucesos A y B son independientes si:

$$P(B) = P(B/A) \text{ ó } P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A)$$

Cuando las extracciones se realizan con reemplazamiento, los sucesos serán **independientes**.
Si las extracciones se realizan sin reemplazamiento, los sucesos serán **dependientes**.

6) **PROBABILIDAD TOTAL:**Sean n sucesos A_1, \dots, A_n incompatibles dos a dos y tal que $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = E$, \forall suceso S se cumple:

$$P(S) = P(A_1) \cdot P(S/A_1) + P(A_2) \cdot P(S/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(S/A_n)$$

7) **FÓRMULA DE BAYES:**

$$P(A_i/S) = \frac{P(A_i \cap S)}{P(A_1) \cdot P(S/A_1) + P(A_2) \cdot P(S/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(S/A_n)}$$