

APLICACIONES DE LA DERIVADA.

P.A.U. ANDALUCÍA 2015-16

1.- (Junio 2015) Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad de $13,5 \text{ m}^3$. Para ello se dispone de una chapa de acero de grosor uniforme. Calcula las dimensiones del depósito para que el gasto de chapa sea el mínimo posible.

2.- (Junio 2015) Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + bx + 1 - \cos x}{\sin(x^2)}$ es finito e igual a uno, calcula los valores de a y b .

3.- (Junio 2015) Se quiere vallar un campo rectangular que está junto a un camino. Si la valla del lado del camino cuesta 80 euros/metro y la de los otros lados 10 euros/metro, halla las dimensiones del campo de área máxima que puede vallarse con 28 800 euros.

4.- (Junio 2015) Determina a y b sabiendo que $b > 0$ y que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida como

$$f(x) = \begin{cases} a \cos x + 2x & x < 0 \\ a^2 \ln(x+1) + \frac{b}{x+1} & x \geq 0 \end{cases} \text{ es derivable.}$$

5.- (Septiembre 2015) Halla los valores a , b y c sabiendo que la gráfica de la función $f(x) = \frac{ax^2 + b}{x + c}$ tiene una asíntota vertical en $x = 1$, una asíntota oblicua de pendiente 2, y un extremo local de abscisa $x = 3$.

6.- (Septiembre 2015) Un granjero desea vallar un terreno rectangular de pasto adyacente a un río. El terreno debe tener 180 m^2 para producir suficiente pasto para su ganado. ¿Qué dimensiones tendrá el terreno rectangular de modo que utilice la mínima cantidad de valla, si el lado que da al río no necesita vallado?

7.- (P.A.U. 2015) Halla a y b sabiendo que es continua la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida como

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x + \cos x - ae^x}{x^2} & x \neq 0 \\ b & x = 0 \end{cases}.$$

8.- (P.A.U. 2015) Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (x^2 + 3x + 1)e^{-x}$.

- Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f .
- Halla los puntos de la gráfica de f cuya recta tangente es horizontal.
- Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

9.- (P.A.U. 2015) Sea f la función definida por $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ para $x \neq 1$.

- Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f .
- Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) de f .

10.- (P.A.U. 2015) Queremos fabricar una caja con base cuadrada, de tal manera que la altura de la caja más el perímetro de la base sumen 60 cm. Determina sus dimensiones para que contenga el mayor volumen posible.

11.- (P.A.U. 2015) Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Halla los coeficientes a, b, c y d sabiendo que f presenta un extremo local en el punto de abscisa $x = 0$, que (1,0) es punto de inflexión de la gráfica de f y que la pendiente de la recta tangente en dicho punto es -3.

12.- (P.A.U. 2015) Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 - |x|$.

a) Estudia la derivabilidad de f.

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.

c) Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

13.- (Junio 2016) Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - a \operatorname{sen}(x) + x \cos(3x)}{x^2}$ es finito, calcula a y el valor del límite.

14.- (Junio 2016) Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

a) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f. Calcula los puntos de corte de dichas asíntotas con la gráfica de f.

b) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan)

c) Esboza la gráfica de f.

15.- (2Junio 2016) Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\pi x) \cdot (1 + a \cos(\pi x))}{\operatorname{sen}(x^2)}$ es finito, calcula a y el valor del límite.

16.- (2Junio 2016) Se dispone de un cartón cuadrado de 50 cm de lado para construir una caja sin tapadera a partir del cartón. Para ello, se corta un cuadrado de "x" cm de lado en cada una de las esquinas. Halla el valor de "x" para que el volumen de la caja sea máximo y calcula dicho volumen.

17.- (Septiembre 2016) Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{m}{2x} \right)$ es finito, calcula m y el valor del límite.

18.- (Septiembre 2016) Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 e^{-x^2}$.

a) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan)

c) Esboza la gráfica de f.