

APLICACIONES DE LA DERIVADA P.E.V.A.U. 2018-19

1.- (Junio 2018) Halla los coeficientes a , b y c sabiendo que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene en $x = 1$ un punto de derivada nula que no es extremo relativo y que la gráfica de f pasa por el punto $(1,1)$.

2.- (Junio 2018) Determina $k \neq 0$ sabiendo que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 - kx^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{kx} & \text{si } x > 1 \end{cases} \text{ es derivable.}$$

3.- (Septiembre 2018) Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin(x)} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Determina a , b y c sabiendo que f es continua, alcanza un máximo relativo en $x = -1$ y la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -2$ tiene pendiente 2.

4.- (Septiembre 2018) Considera la función f definida por $f(x) = a \ln(x) + bx^2 + x$ para $x > 0$.

a) Halla a y b sabiendo que f tiene extremos relativos en $x = 1$ y en $x = 2$.

b) ¿Qué tipo de extremos tiene f en $x = 1$ y en $x = 2$?

5.- (P.E.V.A.U. 2018) Sea f la función definida por $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ para $x \neq 1$.

a) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y halla sus máximos y mínimos relativos (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

c) Esboza la gráfica de f indicando sus puntos de corte con los ejes coordenados.

6.- (P.E.V.A.U. 2018) Se desea construir una canaleta, para la recogida de agua, cuya sección es como la de la figura (*trapecio isósceles invertido, de base menor 10 y lados inclinados 10; $x + 10 + x = \text{base mayor}$*). La base y los costados deben medir 10 cm y se trata de darle la inclinación adecuada a los costados para obtener una sección de área máxima. Se pide:

a) Halla la altura de la canaleta en función de x (ver la figura).

b) Halla el área de la sección de la canaleta en función de x .

c) Encuentra el valor de x que hace máximo dicho área.

7.- (P.E.V.A.U. 2018) Se desea construir un rectángulo, como el de la figura, de área máxima. La base está situada sobre el eje OX , un vértice está en la recta $y = x$ y el otro, en la recta $y = 4 - x$. Se pide:

a) Halla la altura del rectángulo en función de α (ver figura: representar las dos rectas y el rectángulo; α es la distancia del origen al vértice del rectángulo sobre el eje x).

b) Halla la base del rectángulo en función de α .

c) Encuentra el valor de α que hace máximo el área del rectángulo.

8.- (P.E.V.A.U. 2018) Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x + xe^{-x}$.

a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f que es paralela a la recta $x - y + 1 = 0$.

b) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

9.- (P.E.V.A.U. 2018) Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} -xe^{x-1} & \text{si } x \leq 0 \\ xe^{x-1} & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ xe^{1-x} & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

- a) Estudia la derivabilidad de f en $x = 0$ y en $x = 1$.
- b) Estudia la existencia de asíntotas horizontales de la gráfica de f .

10.- (P.E.V.A.U. 2018) Considera un triángulo isósceles en el que el lado desigual mide 8 cm y la altura correspondiente mide 5 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en dicho triángulo (ver figura).

11.- (P.E.V.A.U. 2018) Calcula:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x) - x}{x - \operatorname{sen}(x)}$$

12.- (P.E.V.A.U. 2018) Se desea construir una caja sin tapadera de base cuadrada. El precio de material es de 18 euros/m² para los laterales y de 24 euros/m² para la base. Halla las dimensiones de la caja de mayor volumen que se puede construir si disponemos de 50 euros.

13.- (JUNIO 2019) Considera la función f definida por $f(x) = \frac{x^3 + 3x + 4}{2x + 2}$ para $x \neq -1$.

- a) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f .
- b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

14.- (JUNIO 2019) Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x - a)e^x$.

- a) Determina “ a ” sabiendo que la función tiene un punto crítico en $x = 0$.
- b) Para $a = 1$, calcula los puntos de inflexión de la gráfica de f .

15.- (SEPTIEMBRE 2019) Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por,

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x) + ax + b & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\ln(x+1)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

es derivable. Calcula a y b .

16.- (SEPTIEMBRE 2019) Dada la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6 - \frac{1}{6}x^2$, calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima, de lados paralelos a los ejes, inscrito en el recinto comprendido entre la gráfica de f y la recta $y = 0$.