

11 Teorema de Bayes

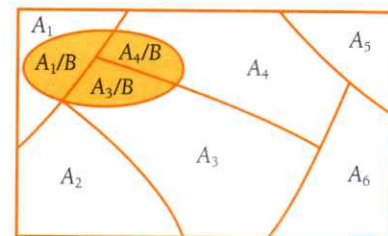
Teorema de Bayes

Si tenemos una serie de sucesos, $A_1, A_2, \dots, A_n$, tales que:

- Son incompatibles entre sí: $A_i \cap A_j = \emptyset$, si $i \neq j$.
- Su unión es el espacio muestral: $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = E$.

Sabiendo que ha sucedido un suceso B , se cumple que:

$$P(A_j/B) = \frac{P(A_j) P(B/A_j)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) P(B/A_i)}$$



Si ha ocurrido B , hallamos:

$(A_1/B), (A_3/B)$ y (A_4/B)

Ejemplo

- 16** Una empresa elabora sus productos en tres factorías. El porcentaje de piezas defectuosas y del total de producción viene recogido en la tabla.

	F_1	F_2	F_3
Producción	60 %	25 %	15 %
Defectuosas	1 %	4 %	2 %

Si observamos que una pieza es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la factoría 2?

Consideramos el suceso F_i = «Pieza fabricada en la factoría i ».

Cualquier pieza se fabrica en una de las factorías $\rightarrow F_1 \cup F_2 \cup F_3 = E$

Una pieza se fabrica en una sola factoría $\rightarrow F_i \cap F_j = \emptyset$

Y consideramos B = «Pieza defectuosa».

Por el teorema de Bayes, tenemos:

$$\begin{aligned} P(F_2/B) &= \frac{P(F_2) P(B/F_2)}{P(F_1) P(B/F_1) + P(F_2) P(B/F_2) + P(F_3) P(B/F_3)} = \\ &= \frac{0,25 \cdot 0,04}{0,6 \cdot 0,01 + 0,25 \cdot 0,04 + 0,15 \cdot 0,02} = \frac{0,01}{0,019} = 0,53 \end{aligned}$$

La probabilidad de que proceda de la factoría 2 es del 53 %.

No olvides

El teorema de Bayes calcula probabilidades después de realizar el experimento, es decir, se ocupa del estudio de la probabilidad «a posteriori».

ACTIVIDADES

- 25** El porcentaje de tornillos defectuosos y del total de producción, que fabrican tres máquinas, es:

	M_1	M_2	M_3
Producción	40 %	25 %	35 %
Defectuosos	2 %	5 %	3 %

Si el tornillo es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la máquina 1?

- 26** Disponemos de dos urnas, que contienen bolas de colores. La primera urna, U_1 , contiene 2 bolas blancas y 12 negras, y la segunda urna, U_2 , tiene 3 bolas blancas y 10 negras.

Si la bola extraída es de color negro, calcula la probabilidad de que:

- Sea de la primera urna.
- Sea de la segunda urna.