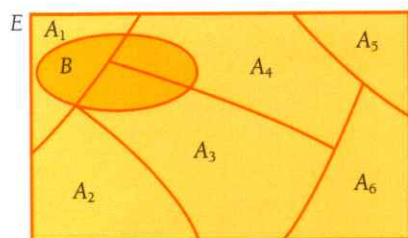


10 Teorema de la probabilidad total



$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6 = E$$

$$B = (B \cap A_1) \cup (B \cap A_2) \cup (B \cap A_3)$$

Teorema de la probabilidad total

Si tenemos una serie de sucesos, $A_1, A_2, \dots, A_n$, tales que:

- Son incompatibles entre sí: $A_i \cap A_j = \emptyset$, si $i \neq j$.
- Su unión es el espacio muestral: $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = E$.

Entonces podemos calcular la probabilidad de cualquier suceso B como:

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) P(B/A_i)$$

Ejemplos

- 14** Una empresa elabora sus productos en tres factorías. El porcentaje de piezas defectuosas y del total de producción en cada factoría viene recogido en la tabla.

	F_1	F_2	F_3
Producción	60 %	25 %	15 %
Defectuosas	1 %	4 %	2 %

Halla la probabilidad de que una pieza escogida al azar sea defectuosa.

Consideramos el suceso $F_i = \text{«Pieza fabricada en la factoría } i\text{»}$.

Cualquier pieza se fabrica en una de las factorías $\rightarrow F_1 \cup F_2 \cup F_3 = E$

Una pieza se fabrica en una sola factoría $\rightarrow F_i \cap F_j = \emptyset$

Y consideramos $B = \text{«Pieza defectuosa»}$.

Por el teorema de la probabilidad total tenemos:

$$P(B) = \sum_{i=1}^3 P(F_i) P(B/F_i) = P(F_1) P(B/F_1) + P(F_2) P(B/F_2) + P(F_3) P(B/F_3) =$$

$$= 0,6 \cdot 0,01 + 0,25 \cdot 0,04 + 0,15 \cdot 0,02 = 0,019$$

La probabilidad de escoger una pieza defectuosa es del 1,9 %.

- 15** Disponemos una urna verde y otra azul; la verde contiene 3 bolas blancas y 2 negras, y la azul contiene 4 bolas blancas y 1 negra. Lanzamos una moneda y si sale cara, se saca una bola de la urna verde, y si sale cruz, de la urna azul. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola sea blanca?

Consideramos los sucesos $U_1 = \text{«Urna verde»}$ y $U_2 = \text{«Urna azul»}$.

Y consideramos $B = \text{«Bola blanca»}$ y $P(\text{Cara}) = P(\text{Cruz}) = 0,5$.

$$P(B) = \sum_{i=1}^2 P(U_i) P(B/U_i) = P(U_1) P(B/U_1) + P(U_2) P(B/U_2) = 0,5 \cdot \frac{3}{5} + 0,5 \cdot \frac{4}{5} = 0,7$$

Teorema de la probabilidad total

Es decir, tenemos una probabilidad del 70 % de extraer una bola blanca.

Date cuenta



Para encontrar sucesos incompatibles cuya unión sea el total, hay que tomar un suceso y su contrario.

$$A \cup \bar{A} = E$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

ACTIVIDADES

- 23** El porcentaje de tornillos defectuosos y del total de producción, que fabrican tres máquinas, viene recogido en la siguiente tabla.

	M_1	M_2	M_3
Producción	40 %	25 %	35 %
Defectuosos	2 %	5 %	3 %

Halla la probabilidad de que un tornillo sea defectuoso.

- 24** Disponemos de dos urnas, que contienen bolas de colores. La primera urna, U_1 , contiene 2 bolas blancas y 12 negras, y la segunda urna, U_2 , tiene 3 bolas blancas y 10 negras.

Si escogemos una urna al azar y sacamos una bola:

- ¿Cuál es la probabilidad de que resulte de color negro?
- ¿Y de que resulte de color blanco?