

3. Probabilidad y sus propiedades

La **probabilidad** es un número que mide las posibilidades de ocurrir que tiene un suceso.

- Si realizamos un experimento aleatorio un número de veces muy elevado y apuntamos cuántas veces ocurre un suceso A , podemos asignar a dicho suceso la probabilidad de que ocurra.

$$p(A) = \frac{\text{Número de veces que se verifica } A}{\text{Número total de pruebas}}$$

El cálculo de probabilidades por este procedimiento se llama **ley de los grandes números**.

- Si todos los sucesos de un experimento aleatorio tienen la misma probabilidad de ocurrir (equiprobables), calculamos la probabilidad mediante la **regla de Laplace**.

$$p(A) = \frac{\text{Número de casos favorables al suceso } A}{\text{Número total de pruebas}}$$

La probabilidad se suele expresar en porcentaje (%): para ello, multiplicaremos el resultado por 100.

El número de veces que se repite un suceso es su **frecuencia absoluta**. Dividida entre el número total de pruebas nos da su **frecuencia relativa**.

>>> Ejemplos

- Un jugador de fútbol ha lanzado 45 penaltis a lo largo de su carrera deportiva, de los cuales ha marcado 32. ¿Cuál es la probabilidad de que marque un gol de penalti?

$$p(A) = \frac{\text{Número de goles marcados}}{\text{Número de penaltis lanzados}} = \frac{32}{45} = 0,71$$

Hay un 71 % de probabilidad de que marque un gol de penalti.

- En una granja de pollos han comprobado que, de cada 1.800 huevos que ponen las gallinas, 240 son de dos yemas. ¿Cuál es la probabilidad de que, al romper un huevo de esa granja, sea de dos yemas?

$$p(A) = \frac{\text{Número de huevos de dos yemas}}{\text{Número de huevos puestos}} = \frac{240}{1.800} = 0,13$$

La probabilidad es de un 13%.

- Extraemos una carta de una baraja española de 40 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que la carta extraída sea un caballo?

En la baraja hay 4 caballos, por lo que el número de casos favorables es 4. Los casos posibles son todas las cartas de la baraja.

$$p(\text{Sacar un caballo}) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}} = \frac{4}{40} = 0,1$$

Existe un 10 % de probabilidad de extraer un caballo.



4. Propiedades de la probabilidad

La probabilidad tiene las siguientes propiedades.

- La probabilidad de cualquier suceso es siempre mayor o igual que 0 y menor o igual que 1.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

- La probabilidad del suceso seguro es 1 y la probabilidad del suceso imposible es 0.

$$P(E) = 1 \quad P(\emptyset) = 0$$

- La probabilidad de cualquier suceso es igual a 1 menos la probabilidad de su contrario.

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

- Cuando dos sucesos son incompatibles, la probabilidad de su unión es la suma de sus probabilidades.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

- Para dos sucesos cualesquiera, A y B , se verifica siempre que la probabilidad de su unión es igual a la suma de sus probabilidades menos la de la intersección.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

PIENSA

Si A y B son dos sucesos incompatibles, ¿qué relación deben cumplir $P(A)$ y $P(B)$ para que $P(A \cup B) = 3P(A)$?

EJEMPLO

12. La probabilidad de que una persona use gafas es 0,6; la probabilidad de que tenga los ojos claros es 0,6 y la probabilidad de que use gafas y tenga los ojos claros es 0,52. Calcula la probabilidad de que, elegida una persona al azar:

- No use gafas.
- Use gafas o tenga los ojos claros.
- No use gafas o no tenga los ojos claros.

Se consideran los siguientes sucesos.

A = «Usar gafas»

B = «Tener ojos claros»

$A \cap B$ = «Usar gafas y tener ojos claros»

Se escriben las probabilidades conocidas.

$$P(A) = 0,6 \quad P(B) = 0,6 \quad P(A \cap B) = 0,52$$

- a) «No usar gafas» = $\bar{A}$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$$

- b) «Usar gafas o tener ojos claros» = $A \cup B$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,6 - 0,52 = 0,68$$

- c) «No usar gafas o no tener ojos claros» = $\bar{A} \cup \bar{B}$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,52 = 0,48$$

$$\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B}$$

ACTIVIDADES

11. De los sucesos A y B de un experimento aleatorio se sabe que $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ y $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{3}$. Calcula:

- a) $P(A \cup B)$ b) $P(A \cap B)$ c) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$

12. De los sucesos A y B de un experimento aleatorio se sabe que $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,3$ y $P(A \cap B) = 0,1$. Calcula:

- a) $P(A \cup B)$ b) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ c) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

ACTIVIDADES

- 13 Una máquina etiquetadora de botellas produce 80.000 botellas cada hora. Han comprobado que 500 de ellas tienen la etiqueta defectuosa. Si elegimos una botella al azar, ¿cuál es la probabilidad de que esté mal etiquetada?
- 14 Una fábrica de aperitivos ha decidido incluir premios en las bolsas de patatas fritas. En una producción de 200.000 bolsas, introducen 1.500 premios. Si compramos una de esas bolsas, ¿qué probabilidad tenemos de que nos toque el premio?
- 15 En su MP3, Paloma ha grabado 138 canciones. De ellas, 27 son de su cantante favorito. ¿Cuál es la probabilidad de que, funcionando en modo aleatorio, al conectarlo suene una canción de dicho cantante?
- 16 Sergio tiene 12 bolígrafos negros, 16 azules y 10 rojos en un cajón. Si coge un bolígrafo sin mirar, ¿cuál es la probabilidad de que coja un bolígrafo azul? ¿Y de que no sea negro?
- 17 Un jugador de baloncesto ensaya tiros libres desde la línea de 6,75 m. De los 150 tiros lanzados ha encestado 138 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que este jugador marque canasta de 3 puntos?
- 18 En el cajón de los juguetes de Adrián hay 8 coches 4×4 , 23 turismos y 15 coches de carreras. Si coge un coche al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea un turismo?
- 19 En un hotel, la probabilidad de que los clientes lean el periódico es 0,34, de que lean una revista es 0,23 y de que lean el periódico o una revista es 0,42. ¿Cuál es la probabilidad de que lean ambos?
- 20 En un dado truco, la probabilidad de que salga cada una de las caras es el doble de la anterior. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un 4? ¿Y un 6?
- 21 En el lanzamiento de un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un 2 o un 5?
- 22 Al extraer una carta de una baraja, ¿cuál es la probabilidad de sacar un as o un oro?
- 23 En una baraja española, ¿cuál es la probabilidad de extraer un rey? Y, si no lo devolvemos a la baraja, ¿cuál es la probabilidad de sacar otro rey?
- 24 El 78 % de los empleados de un parque de atracciones habla algún idioma extranjero. El 82 % habla inglés y el 76 % francés. Si elegimos un empleado al azar, ¿cuál es la probabilidad de que hable los dos idiomas?
- 25 En una urna hay 25 bolas numeradas. Calcula la probabilidad de:
 - a) Sacar una bola con un número par.
 - b) Sacar una bola con un número impar.
 - c) Sacar una bola con un número primo.
 - d) Sacar una bola con un número menor que 15.
- 26 En una bolsa hay 10 bolas numeradas del 0 al 9. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos al extraer una bola.
 - a) Mayor que 6.
 - b) Mayor que 7.
 - c) Menor que 6.
 - d) Mayor o igual a 6.
 - e) Menor o igual a 6.
 - f) Menor que 8.
 - g) Menor o igual a 8.
 - h) Que sea el número 9.