

LÍMITES 11: RELACIÓN LÍMITES

1.- LÍMITES INMEDIATOS: Diremos que un límite es inmediato cuando al evaluar la función en el punto indicado nos da directamente el límite.

$$1.- \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 5}{x^2 + x - 5} \right)^{x-2}$$

$$2.- \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x+2}{2x-1} \right)^{\frac{x+1}{2x-3}}$$

$$3.- \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{3} \right)^{3x-1}$$

$$4.- \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x+5}{x} \right)^{\frac{4}{x-4}}$$

$$5.- \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 5x + 6)$$

$$6.- \lim_{x \rightarrow 2} (x-7)^2$$

2.- LÍMITES EN INFINITO DE POLINOMIOS: Para calcular el límite en $\pm\infty$ de un polinomio, nos quedaremos con la máxima potencia de x y sustituiremos, teniendo en cuenta la regla de los signos. Con lo cual, el límite en $\pm\infty$ de un polinomio siempre es ∞ ó $-\infty$.

$$7.- \lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 - x^2 + x + 1)$$

$$8.- \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - x + 1)$$

$$9.- \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^2 + x + 25)$$

$$10.- \lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 + x^2 + 1)$$

$$11.- \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^3 + x^2 + 1)$$

$$12.- \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - x + 1)$$

$$13.- \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^2 - x + 7)$$

$$14.- \lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 + x^2 + x + 10)$$

3.- REGLAS DE LÍMITES

SUMA:

$$\infty + \infty = \infty$$

$$-\infty - \infty = -\infty$$

$$\infty - \infty = I \quad (\text{indeterminación})$$

$$\pm\infty \pm k = \pm\infty \quad \text{con el signo del } \infty$$

PRODUCTO:

$$\pm\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \quad \text{aplicando regla de los signos}$$

$$\pm\infty \cdot (\pm k) = \pm\infty \quad \text{aplicando regla de los signos}$$

$$0 \cdot (\pm\infty) = I$$

COCIENTE

$$\frac{0}{k} = 0$$

$$\frac{k}{\pm\infty} = 0$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty} = I$$

$$\frac{k}{0} = I$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm k} = \pm\infty \quad \text{regla signos}$$

$$\frac{0}{0} = I$$

POTENCIAS

A) Exponente positivo

$$\infty^\infty = \infty$$

$$\infty^k = \infty$$

$$\text{Si } 0 < k < 1 \Rightarrow k^\infty = 0$$

$$\text{Si } k > 1 \Rightarrow k^\infty = \infty$$

$$1^\infty = I$$

B) Exponente negativo:

$$\text{Basta con tener en cuenta que } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$15.- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(7 - \frac{1}{x-1} \right)$$

$$16.- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(6 + \frac{1}{2x^3} \right)$$

$$17.- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{x}$$

$$18.- \lim_{x \rightarrow \infty} (7x + 2)$$

$$19.- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{5} \right)^{2x-1}$$

$$20.- \lim_{x \rightarrow \infty} 3^{3x^2}$$

$$21.- \lim_{x \rightarrow \infty} (2x^3)^{-2}$$

$$22.- \lim_{x \rightarrow \infty} (23 + 10^{-x})$$

$$23.- \lim_{x \rightarrow \infty} (23 + 10^{-x})$$

4.- INDETERMINACIÓN DEL TIPO ∞/∞ EN FUNCIONES RACIONALES. Esta indeterminación desaparece dividiendo numerador y denominador por la máxima potencia de x que haya en el denominador.

- Si la máxima potencia de x está en el numerador, el límite es igual a $\pm\infty$
- Si la máxima potencia de x está en el denominador, el límite es igual a 0
- Si numerador y denominador tienen la misma potencia, el límite es igual al cociente de los coeficientes de los términos de mayor grado del numerador y denominador.

$$24.- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 2}$$

$$25.- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2}$$

$$26.- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$$

$$27.- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$$

$$28.- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 1}{x^7 - 1}$$

$$29.- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 6}{25x^2 - 6x + 1}$$

5.- INDETERMINACIÓN DEL TIPO ∞/∞ EN FUNCIONES IRRACIONALES. Se resuelve con la misma regla que para funciones racionales

$$30.- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 9} + 4}{x + 5}$$

$$31.- \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^2 + 2x - 1}{x - 3}}$$

$$32.- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{3x+6}}$$

$$33.- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^3 + 5}}$$

$$34.- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 6}{\sqrt{x^2 - 5}}$$

$$35.- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 1}{6 - \sqrt{x}}$$

6.- INDETERMINACIÓN $k/0$: Esta indeterminación se resuelve calculando límites laterales. Si son iguales, la función tiene límite $+\infty$ o $-\infty$. En caso contrario, no existe el límite

$$36.- \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x - 1}$$

$$37.- \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + 5x - 14}{x^2 - 10x + 25}$$

$$38.- \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3}{x^2 - 2x + 1}$$

7.- INDETERMINACIÓN DEL TIPO $0/0$ EN FUNCIONES RACIONALES: Esta indeterminación desaparece descomponiendo en factores numerador y denominador y simplificando

$$39.- \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x - 4}$$

$$40.- \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1}$$

$$41.- \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 10x + 12}{3x^2 - 3x - 6}$$

$$42.- \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^3 + 1}$$

$$43.- \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - 7x + 4}{2x^3 + 4x^2 - 14x + 8}$$

$$44.- \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 - 2x}{x^4 - x^2}$$

8.- INDETERMINACIÓN DEL TIPO 0/0 EN FUNCIONES RACIONALES: Esta indeterminación desaparece multiplicando y dividiendo la función por la expresión radical conjugada, factorizando y luego simplificando

$$45.- \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \sqrt{1-x}}$$

$$46.- \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+4} - (2+x)}{x}$$

$$47.- \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$$

$$48.- \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{2x-4}$$

$$49.- \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$$

$$50.- \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x}$$

9.- INDETERMINACIÓN DEL TIPO $\infty - \infty$ EN FUNCIONES RACIONALES: Cuando esta indeterminación aparece en funciones racionales se resuelve operando

$$51.- \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3}{x-2} - \frac{12}{x^2-4} \right)$$

$$52.- \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+3}{x^2-1} \right)$$

$$53.- \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x}{x-4} - \frac{x+2}{x^2-4x} \right)$$

$$54.- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+3x-2}{x+1} - 2x \right)$$

$$55.- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+5}{2} - \frac{x^2-2}{x} \right)$$

$$56.- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{2x^2+1} - \frac{x}{2} \right)$$

9.- INDETERMINACIÓN DEL TIPO $\infty - \infty$ EN FUNCIONES IRRACIONALES. Esta indeterminación desaparece multiplicando y dividiendo la función por la expresión radical conjugada.

$$57.- \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x} - x)$$

$$58.- \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1})$$

$$59.- \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2-5x+1} - (x+1))$$

$$60.- \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2-1} - \sqrt{x})$$

REPASO

$$61.- \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$$

$$62.- \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2}{(x+2)^2}$$

$$63.- \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^4 - x^3 + 2x - 2)$$

$$64.- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x} \right)^{\frac{1}{x}-2}$$

$$65.- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3+2\sqrt{x}}{\sqrt{2x+1}}$$

$$66.- \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4+3x-1}{2x+9}$$

$$67.- \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{x} \right)^{x-5}$$

$$68.- \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 7x^2 + 6x}{1-x}$$

$$69.- \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x+7})$$

SOLUCIONES

1) 1	2) 1	3) 1	4) $\frac{4}{121}$	5) 0	6) 25
7) ∞	8) ∞	9) $-\infty$	10) ∞	11) $-\infty$	12) ∞
13) $-\infty$	14) $-\infty$	15) 7	16) 6	17) 0	18) $-\infty$
19) 0	20) ∞	21) 0	22) 23	23) ∞	24) 1
25) $-\infty$	26) $+\infty$	27) $+\infty$	28) 0	29) $1/5$	30) 1
31) $+\infty$	32) $\frac{1}{\sqrt{3}}$	33) 0	34) 2	35) $-\infty$	36) no existe
37) $+\infty$	38) $-\infty$	39) 4	40) 4	41) $-2/9$	42) $-4/3$
43) $1/2$	44) no existe	45) 2	46) -1	47) $24\sqrt{2}$	48) $\frac{1}{8}$
49) $\frac{1}{4}$	50) 0	51) $3/4$	52) $3/2$	53) $+\infty$	54) 1
55) $+\infty$	56) 0	57) $\frac{1}{2}$	58) 0	59) $\frac{-7}{2}$	60) ∞
61) $\frac{1}{2}$	62) $-\infty$	63) $-\infty$	64) 1	65) $\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$	66) $-\infty$
67) 4	68) 5	69) ∞			