

12. Funciones definidas a trozos

En numerosas situaciones reales se presentan funciones que no se pueden escribir mediante una única expresión algebraica.

Una **función definida a trozos** es una función que tiene distintas expresiones algebraicas dependiendo del intervalo donde se encuentre la variable independiente, x .



Representar una función definida a trozos

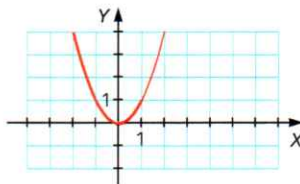
Representa gráficamente esta función: $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ 0,5x & \text{si } 1 < x \leq 4 \\ \log_2 x & \text{si } x > 4 \end{cases}$

PRIMERO. Se representan las funciones definidas en cada uno de los tramos teniendo en cuenta el valor de la función en los extremos de los intervalos.

- Primer intervalo: $(-\infty, 1]$

$$f(x) = x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{Parábola de vértice } (0, 0) \\ a = 1 > 0 \rightarrow \text{Mínimo en } (0, 0) \end{cases}$$

$$f(1) = 1^2 = 1 \rightarrow \text{Extremo } (1, 1)$$

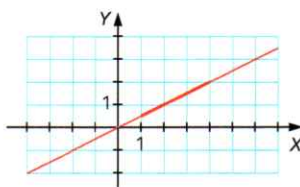


- Segundo intervalo: $(1, 4]$

$$f(x) = 0,5x \rightarrow \begin{cases} \text{Recta que pasa por } (0, 0) \\ m = 0,5 > 0 \rightarrow \text{Creciente} \end{cases}$$

$$f(1) = 0,5 \cdot 1 = 0,5 \rightarrow \text{Extremo } (1, 0,5)$$

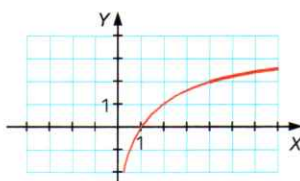
$$f(4) = 0,5 \cdot 4 = 2 \rightarrow \text{Extremo } (4, 2)$$



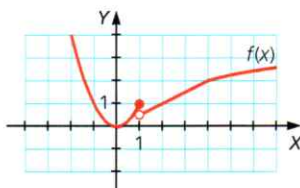
- Tercer intervalo: $(4, +\infty)$

$$f(x) = \log_2 x \rightarrow \begin{cases} \text{Función que pasa por } (2, 1) \\ a = 2 > 0 \rightarrow \text{Creciente} \end{cases}$$

$$f(4) = \log_2 4 = 2 \rightarrow \text{Extremo } (4, 2)$$



SEGUNDO. Se toma la representación de cada una de las funciones en el tramo correspondiente y se dibujan en los mismos ejes de coordenadas.



ACTIVIDADES

- 25 Representa gráficamente esta función definida a trozos.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -2 \\ x^2 - 7 & \text{si } -2 \leq x \leq 0 \\ -7 - x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Describe sus principales características e indica los valores de la función en estos puntos.

- a) $x = -3$ b) $x = -2$ c) $x = 1$

- 26 Representa la gráfica de esta función describiendo sus principales características y, después, calcula.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - 6x + 9 & \text{si } 2 < x \leq 4 \\ 5 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

- a) $f(-8)$ c) $f(3)$ e) $f(4)$
b) $f(2)$ d) $f(10)$ f) $f(5)$