

LA FUNCIÓN LOGARÍTMICA

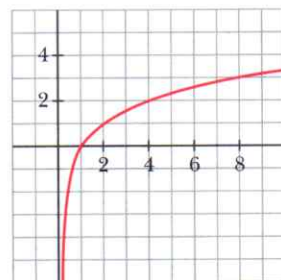
8.1 LA FUNCIÓN LOGARÍTMICA

OBSERVA

Esta tabla de valores y esta gráfica las hemos obtenido cambiando las variables en la función $y = 2^x$.

Por ello, esta función es la inversa de la exponencial. Se llama **función logarítmica** de base 2: $y = \log_2 x$

x	1/8	1/4	1/2	1	1,4	2	4	8	10,5
y	-3	-2	-1	0	0,5	1	8	3	3,4



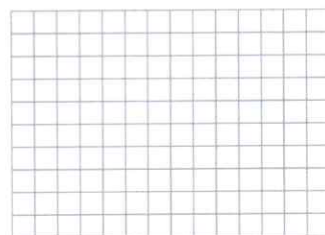
1 Observando la gráfica de $y = \log_2 x$, contesta a estas preguntas:

- ¿Cuál es su dominio de definición?
- ¿Para qué valor de x es $y = 0$? ¿Para qué valor de x es $y = 1$?
- ¿Es creciente o decreciente?
- Si damos a x valores muy próximos a 0 (mayores que 0), ¿a qué tiende la y ?

2 Completa esta tabla de valores de la función $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	8	4	2	1			

Invierte la tabla y representa la función que obtienes. ¿Cuál es la ecuación de esa función?



3 En el ejercicio anterior has dibujado la función $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. Observa su gráfica y contesta:

- ¿Cuál es su dominio de definición?
- ¿Para qué valor de x es $y = 0$? ¿Para qué valor de x es $y = 1$?
- ¿Es creciente o decreciente?
- Si damos a x valores muy próximos a 0 (mayores que 0), ¿a qué tiende la y ?

RECUERDA

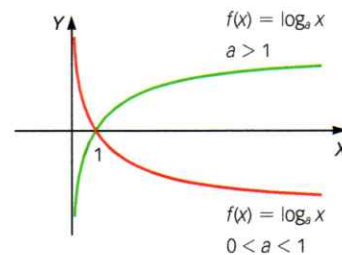
La función $y = \log_a x$ está definida para valores mayores que 0. Es continua y pasa por los puntos $(1, 0)$ y $(a, 1)$. Si $a > 1$, es creciente, y si $0 < a < 1$, es decreciente.

11. Funciones logarítmicas

Las **funciones logarítmicas** más sencillas son del tipo $f(x) = \log_a x$, donde a es un número real positivo ($a > 0$) y distinto de 1 ($a \neq 1$).

Características

- El logaritmo solo existe para valores positivos; por tanto, el dominio de la función logarítmica es $(0, +\infty)$.
- Su recorrido es $\mathbb{R}$.
- Como $\log_a 1 = 0$, la función pasa siempre por el punto $(1, 0)$.
- Como $\log_a a = 1$, la función pasa siempre por el punto $(a, 1)$.
- Si $a > 1$, la función es creciente.
- Si $0 < a < 1$, la función es decreciente.



PIENSA

Halla el dominio de $f(x) = \log(\log x)$.



Representar una función logarítmica

Representa gráficamente.

a) $f(x) = \log_2 x$

b) $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

PRIMERO. Se consideran las características de las funciones logarítmicas.

- El dominio es $(0, +\infty)$.
 - a) $\text{Dom } f = (0, +\infty)$
 - b) $\text{Dom } g = (0, +\infty)$
- Pasa por los puntos $(1, 0)$ y $(a, 1)$.
 - a) Pasa por $(1, 0)$ y $(2, 1)$.
 - b) Pasa por $(1, 0)$ y $(\frac{1}{2}, 1)$.
- Si $a > 1$, es creciente. Y si $0 < a < 1$, es decreciente.
 - a) $f(x) = \log_2 x$ es creciente.
 - b) $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ es decreciente.

SEGUNDO. Se construye una tabla de valores para la función.

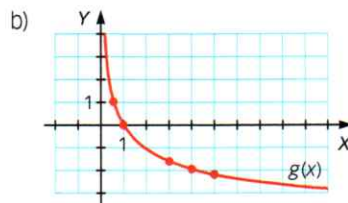
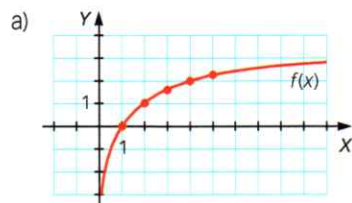
a)

x	3	4	5
$f(x)$	1,58	2	2,32

b)

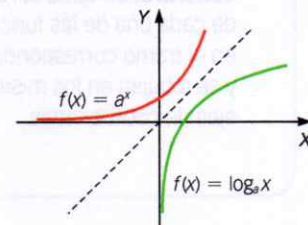
x	3	4	5
$g(x)$	-1,58	-2	-2,32

TERCERO. Se representan todos los puntos obtenidos en los pasos anteriores y se unen mediante una curva.



DATE CUENTA

La función logarítmica, $f(x) = \log_a x$, es la función inversa de la función exponencial, $f(x) = a^x$.



ACTIVIDADES

- 23** Razona, sin hacer la gráfica, si las siguientes funciones son crecientes o decrecientes.

- a) $f(x) = \log_{1,2} x$
- b) $f(x) = \log_{\frac{2}{3}} x$
- c) $f(x) = \log_7 x$
- d) $f(x) = \log_{0,8} x$
- e) $f(x) = \log_{\sqrt{3}} x$
- f) $f(x) = \log_{8,2} x$
- g) $f(x) = \log x$
- h) $f(x) = \ln x$

- 24** Representa gráficamente las funciones que aparecen a continuación.

- a) $f(x) = \log_3 x$
- b) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$
- c) $f(x) = \log_3(-x)$
- d) $f(x) = -\log_{\frac{1}{3}} x$
- e) $f(x) = -\log_3(-x)$
- f) $f(x) = -\log_{\frac{1}{3}}(-x)$
- g) $f(x) = -\log_3 x$
- h) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(-x)$