

5 LA FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

RECUERDA

La función $y = \frac{1}{x}$ se llama función de **proporcionalidad inversa**.

Su dominio de definición son todos los números reales salvo el 0: $\mathbb{R} - \{0\}$.

Las asíntotas (rectas a las que se aproxima la curva) son los ejes de coordenadas:

$x = 0$ e $y = 0$.

1 Esta es la gráfica de la función $y = \frac{1}{x}$ (función de proporcionalidad inversa).

a) Completa esta tabla de valores:

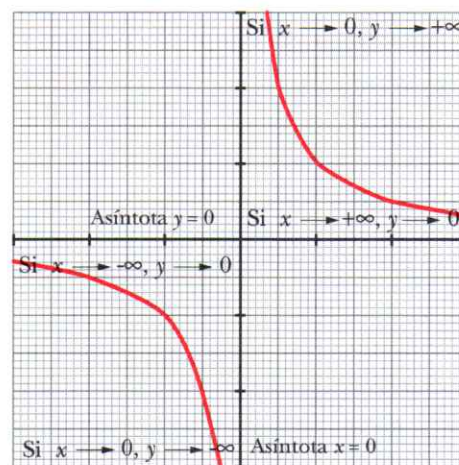
x	-10	-2	-1	-0,5	-0,1	0,1	0,5	1	2	10
y										

b) ¿A qué valor se aproxima la y si la x se hace muy grande ($x \rightarrow +\infty$)?

c) ¿Y si x tiende a $-\infty$?

d) ¿A qué tiende la y cuando damos a x valores próximos a 0, pero mayores que 0 (por la derecha)?

e) ¿Y por la izquierda de 0?

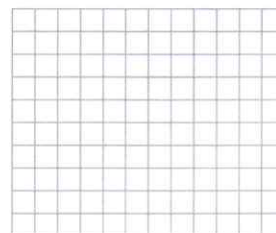
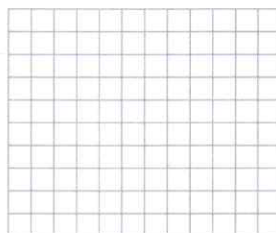
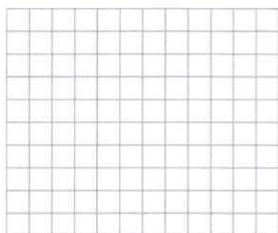


2 Representa estas funciones e indica cuáles son sus asíntotas:

a) $y = \frac{1}{x} - 2$

b) $y = \frac{4}{x} + 1$

c) $y = -\frac{1}{x}$



3 Sea la función $y = \frac{1}{x-2}$.

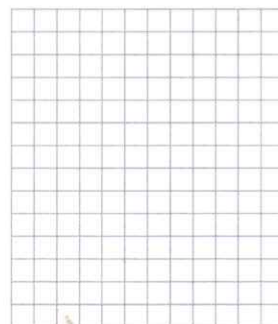
a) ¿Cuál es su dominio de definición?

b) Completa esta tabla de valores.

x	-10	-2	-1	0	1	1,5	1,9	2,1	2,5	3	4	10
y												

c) Representala gráficamente.

d) ¿Cuáles son sus asíntotas?

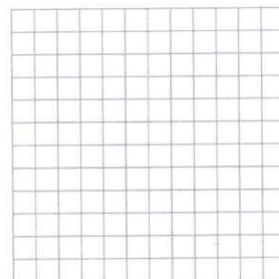


- 4** a) Completa esta tabla correspondiente a la función $y = \frac{1}{x+4}$:

x	-8	-5	-4,5	-4,1	-3,9	-3,5	-3	-2	-1	0	1
y											

- b) Indica cuál es su dominio de definición y sus asíntotas.

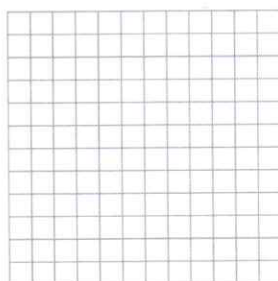
- c) Representala gráficamente.



- 5** En las siguientes funciones, indica cuál es el dominio de definición, haz una tabla con valores próximos a los puntos donde no están definidas y represéntalas gráficamente.

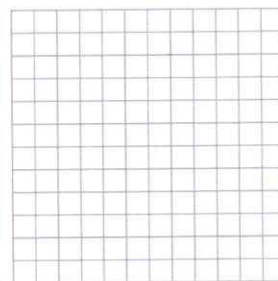
- a) $y = \frac{1}{x-1}$

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
0,5	
0,9	
1,1	
1,5	
2	
3	



- b) $y = \frac{4}{x+1}$

x	y



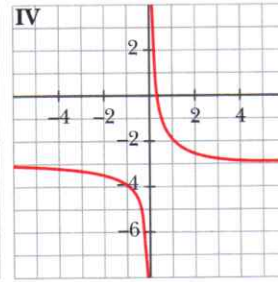
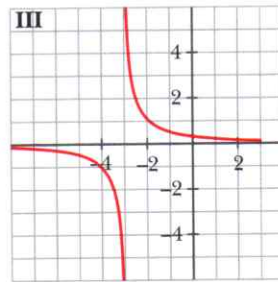
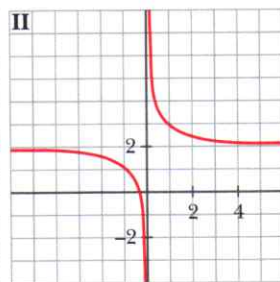
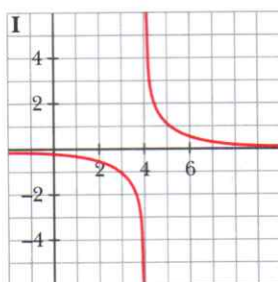
- 6** Asocia a cada una de estas gráficas una de las siguientes expresiones analíticas:

a) $y = \frac{1}{x} + 2$

b) $y = \frac{1}{x+3}$

c) $y = \frac{1}{x} - 3$

d) $y = \frac{1}{x-4}$



RECUERDA

La gráfica de la función $y = \frac{1}{x} + k$ se obtiene trasladando verticalmente la gráfica de

$y = \frac{1}{x}$. Su dominio es $\mathbb{R} - \{0\}$ y sus asíntotas son $x = 0$ e $y = k$.

La gráfica de $y = \frac{1}{x-a}$ se obtiene trasladando horizontalmente la gráfica de $y = \frac{1}{x}$. Su dominio es $\mathbb{R} - \{a\}$ y sus asíntotas son $x = a$ e $y = 0$.

7. Funciones racionales

Las **funciones racionales** son aquellas cuya expresión algebraica es un cociente de polinomios del tipo $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, con el grado de $Q(x) \neq 0$.

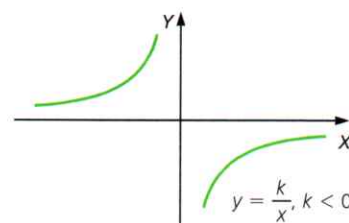
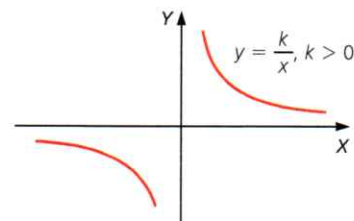
Función de proporcionalidad inversa



Una **función de proporcionalidad inversa** es una función racional del tipo $f(x) = \frac{k}{x}$, con $k \neq 0$. Su gráfica es una hipérbola.

Características

- El dominio de la función de proporcionalidad inversa es $\mathbb{R} - \{0\}$, ya que no está definida en $x = 0$. Se dice que en $x = 0$ hay una **asíntota vertical**.
- A medida que los valores de x crecen o decrecen, la función se acerca a $y = 0$. Se dice que en $y = 0$ hay una **asíntota horizontal**.
- La gráfica de esta función no corta los ejes de coordenadas.
- Es una función impar, simétrica respecto del origen de coordenadas.
- Si $k > 0$, la función es decreciente y la gráfica está en el 1.º y 3.º cuadrantes.
- Si $k < 0$, la función es creciente y la gráfica está en el 2.º y 4.º cuadrantes.



Representar una función de proporcionalidad inversa

Representa gráficamente estas funciones.

a) $f(x) = \frac{2}{x}$

b) $g(x) = -\frac{2}{x}$

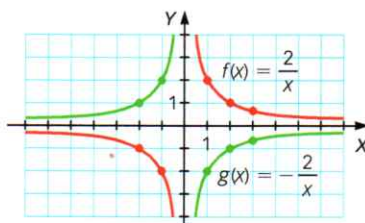
PRIMERO. Se estudia k para determinar los cuadrantes en los que está la función.

a) $k = 2 > 0 \rightarrow$ La gráfica de la función está en el 1.º y 3.º cuadrantes.

b) $k = -2 < 0 \rightarrow$ La gráfica de la función está en el 2.º y 4.º cuadrantes.

SEGUNDO. Se construye una tabla de valores y se representa la hipérbola.

x	-2	-1	1	2	3
$f(x)$	-1	-2	2	1	$\frac{2}{3}$
$g(x)$	1	2	-2	-1	$-\frac{2}{3}$



ACTIVIDADES

15 Representa gráficamente estas funciones.

a) $f(x) = \frac{3}{x}$

c) $f(x) = -\frac{4}{x}$

b) $f(x) = -\frac{3}{x}$

d) $f(x) = \frac{-1}{x}$

16 Representa gráficamente las siguientes funciones.

a) $f(x) = \frac{1}{2x}$

c) $f(x) = \frac{5}{3x}$

b) $f(x) = -\frac{1}{2x}$

d) $f(x) = \frac{-2}{5x}$