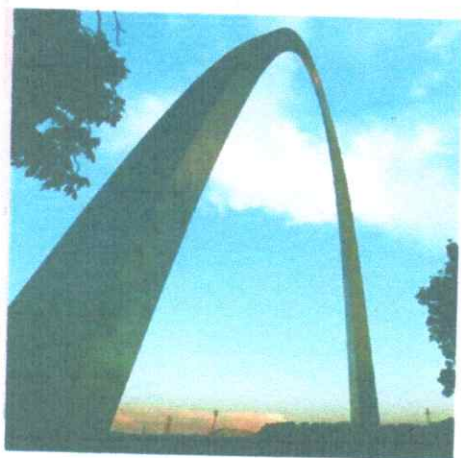




Recuerda que una parábola es una curva simétrica con respecto a un eje que pasa por su vértice.

Con el vértice y los puntos de corte se puede representar la parábola.

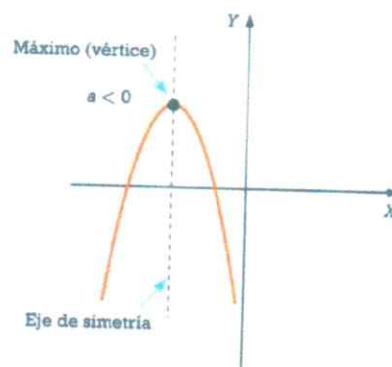
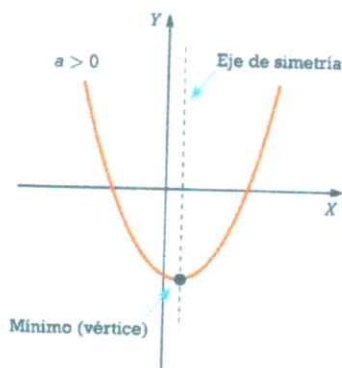
2. La función cuadrática

La función de la forma $y = ax^2 + bx + c$ se conoce como **función cuadrática**. Su gráfica es una **parábola**, una curva simétrica con respecto a un eje que pasa por su vértice.

Los coeficientes a , b y c son números reales, con la única condición de que $a \neq 0$.

El valor de a nos aporta información sobre la forma de la parábola.

- Si $a > 0$, la parábola tendrá sus ramas hacia **arriba** y el vértice es un **mínimo** de la función.
- Si $a < 0$, las ramas de la parábola irán hacia **abajo** y el vértice es un **máximo** de la función.



El término independiente c es la ordenada en el origen de la gráfica, es decir, el punto de corte con el eje OY , de coordenadas $(0, c)$.

> Coordenadas del vértice $V(x_v, y_v)$ de la parábola

La **coordenada x del vértice** se calcula así: $x_v = -\frac{b}{2a}$.

La **coordenada y del vértice** (y_v) se calcula sustituyendo el valor obtenido de x_v en la función.

> Puntos de corte con los ejes

Recordemos el cálculo de los puntos de corte con los ejes de coordenadas:

- **Corte con el eje OY** → Sustituimos el valor $x = 0$ y calculamos el valor de y . Obtenemos un punto de la forma $(0, y)$.
- **Corte con el eje OX** → Igualamos a cero la función y resolvemos la ecuación resultante. Obtenemos puntos de la forma $(x, 0)$.

Para calcular el corte con el eje OX , se iguala a cero la función. Podemos llegar a tres situaciones:

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Si $b^2 - 4ac > 0$ → El resultado son dos números reales. La parábola corta el eje OX en dos puntos.
- Si $b^2 - 4ac = 0$ → El resultado es un número real. La parábola corta el eje OX en un solo punto. Es tangente a él. El punto de tangencia es el vértice.
- Si $b^2 - 4ac < 0$ → El resultado **no** es un número real. La ecuación no tiene solución y la parábola no corta el eje OX .

ACTIVIDADES

11 Halla el vértice y los puntos de corte con los ejes de las funciones.

a) $y = x^2 - 6x - 16$

c) $y = 3x^2 - 18x$

e) $y = -2x^2 - 18$

b) $y = x^2 - 7x - 6$

d) $y = 4x^2 - 1$

f) $y = x^2 + 2x + 1$

12 Representa las gráficas de estas funciones.

a) $y = 3x^2 + 2x - 8$

d) $y = -2x^2 + 8x$

g) $y = -x^2 - 6x - 5$

b) $y = x^2 + 2x - 8$

e) $y = x^2 - 5x$

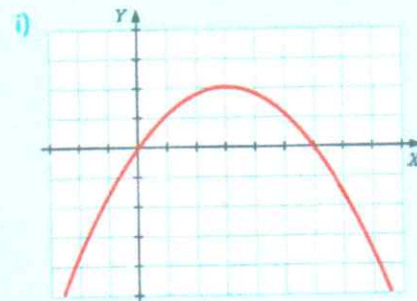
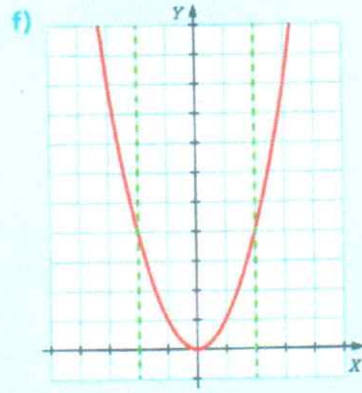
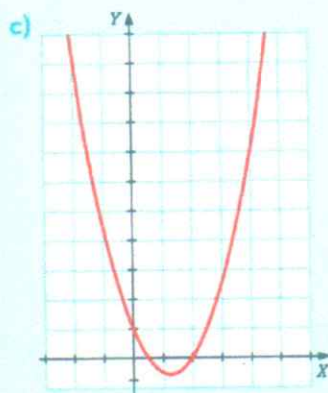
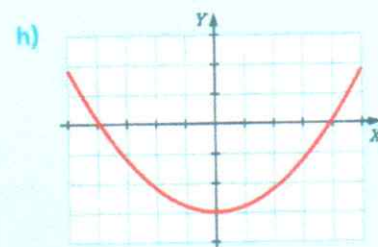
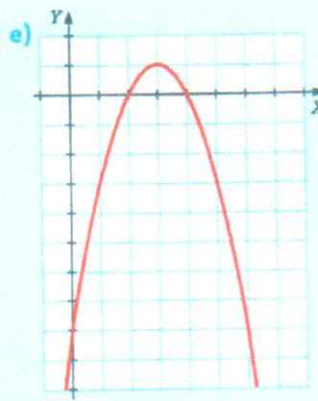
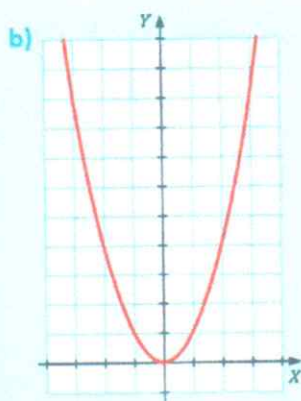
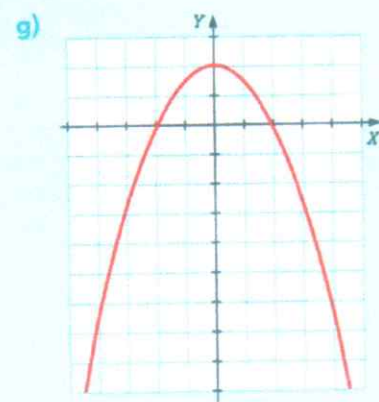
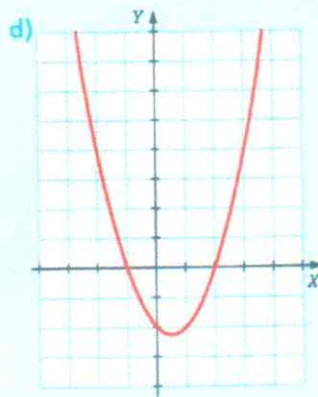
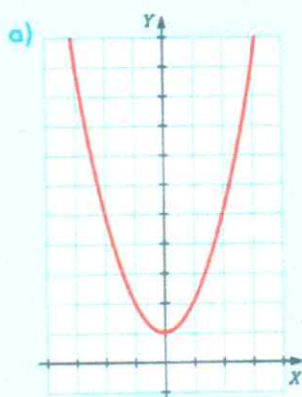
h) $y = x^2 - 2x - 8$

c) $y = x^2 + 8x - 9$

f) $y = -x^2 + 4$

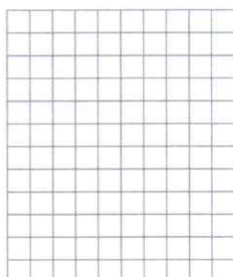
i) $y = x^2 + 8 + 12$

13 Indica los puntos de corte y el vértice de las siguientes grafías.

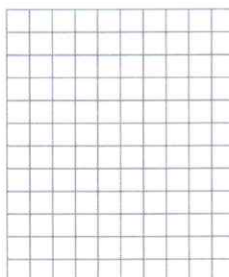


2 Representa estas parábolas:

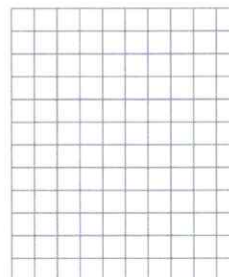
a) $y = 0,5x^2 - 3$



b) $y = -x^2 + 3$

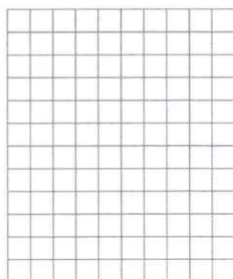


c) $y = -\frac{3}{2}x^2$

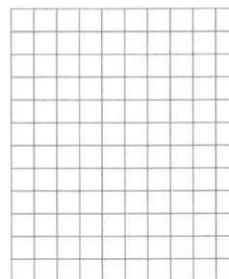


3 Comprueba que estas parábolas tienen su vértice en el eje X . Halla algunos puntos próximos al vértice y represéntalas:

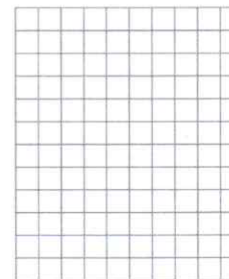
a) $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 8$



b) $y = x^2 + 3x + \frac{9}{4}$

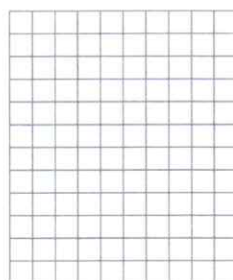


c) $y = 0,1x^2 - 2x + 10$

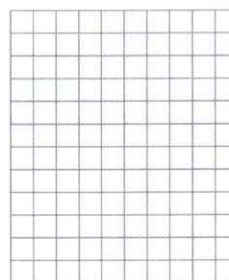


4 Comprueba que estas parábolas no cortan al eje X . Localiza su vértice y algunos puntos próximos a él y represéntalas.

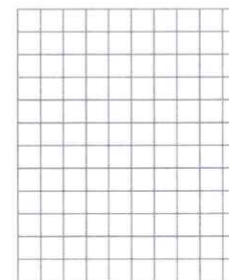
a) $y = x^2 - 4x + 7$



b) $y = -x^2 + 2x - 3$



c) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$



RECUERDA

La parábola $y = ax^2 + bx + c$ puede tener:

- Dos puntos de corte con el eje X , si $b^2 - 4ac > 0$.
- Un solo punto de corte con el eje X , si $b^2 - 4ac = 0$.
- Ningún punto de corte con el eje X , si $b^2 - 4ac < 0$.

En este último caso, la parábola estará toda ella por encima del eje X , si $a > 0$, o por debajo, si $a < 0$.

- Todas las parábolas cortan al eje Y en el punto $(0, c)$.

El beneficio obtenido por la producción y venta de x kilogramos de un artículo viene dado por la función: $B(x) = -0'01x^2 + 3'6x - 180$.

- a) Represente gráficamente esta función. b) Determine el número de kilogramos que hay que producir y vender para que el beneficio sea máximo. c) Determine cuántos kilogramos se deben producir y vender, como máximo, para que la empresa no tenga pérdidas.

SOCIALES II. 2002 RESERVA 3. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

EJERCICIO 2 DE SELECTIVIDAD Jun'04 A

La temperatura T , en grados centígrados, que adquiere una pieza sometida a un proceso viene dada en función del tiempo t , en horas, por la expresión: $T(t) = 40t - 10t^2$ con $0 \leq t \leq 4$.

- a) (1.5 puntos) Represente gráficamente la función T y determine la temperatura máxima que alcanza la pieza.
b) (1.5 puntos) ¿Qué temperatura tendrá la pieza transcurrida 1 hora? ¿Volverá a tener esa misma temperatura en algún otro instante?

EJERCICIO 2 DE SELECTIVIDAD Jun'05 B

El beneficio, en millones de euros, de una empresa en función del tiempo t , en años, viene dada por:

$$f(t) = -t^2 + 12t - 31, \quad 4 \leq t \leq 7.$$

- a) (1.5 puntos) Represente gráficamente la función f .
b) (1.5 puntos) ¿Para qué valor de t alcanza la empresa su beneficio máximo y a cuánto asciende?
¿Para qué valor de t alcanza su beneficio mínimo y cuál es éste?

EJERCICIO 2_A

El beneficio de una empresa, en miles de euros, viene dado por la función $B(x) = -3x^2 + 120x + 675$, $x \geq 0$, donde x representa el gasto en publicidad, en miles de euros.

- a) (0'75 puntos) Calcule el gasto a partir del cual la empresa no obtiene beneficios.
b) (0'75 puntos) Calcule el valor de x que produce máximo beneficio. ¿Cuánto es ese beneficio?
c) (0'75 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento del beneficio de la empresa.
d) (0'75 puntos) Represente gráficamente la función B .

Solución

EJERCICIO 2 DE SELECTIVIDAD Jun'09 B

Un estudio acerca de la presencia de gases contaminantes en la atmósfera de una ciudad indica que el nivel de contaminación viene dado por la función:

$$C(t) = -0,2t^2 + 4t + 25 \quad (t = \text{años transcurridos desde el año 2000})$$

- a) (1 punto) ¿En qué año se alcanza un máximo en el nivel de contaminación?
b) (1 punto) ¿En qué año se alcanza nivel de contaminación cero?
c) (1 punto) Calcule la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función $C(t)$ en $t = 8$. Interprete el resultado anterior relacionándolo con el crecimiento o decrecimiento.