

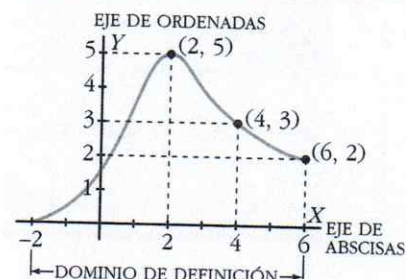
3

FUNCIONES

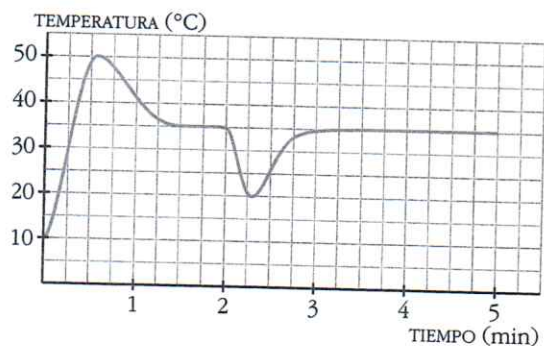
3.1 LAS FUNCIONES Y SUS GRÁFICAS

- Una función es una relación entre dos variables, x e y , que asocia a cada valor de x un **único** valor de y .
- x es la **variable independiente** y se representa en el eje horizontal (eje de abscisas).
- y es la **variable dependiente** y se representa en el eje vertical (eje de ordenadas).
- Los ejes deben estar graduados, cada uno con su escala.
- El tramo de valores de x para los cuales hay valores de y se llama **dominio de definición**.

EJEMPLO



Ejercicio resuelto



Esta gráfica muestra a qué temperatura sale el agua con la que se ducha una persona según transcurre el tiempo.

- ¿Qué variables se relacionan?
- ¿Qué escala se utiliza para cada variable?
- ¿Cuánto dura la ducha?
- ¿A qué temperatura sale el agua al abrir el grifo?
- ¿Cuál es la temperatura del agua que le gusta a esa persona?
- Alguien abre un grifo en la cocina y la temperatura baja. ¿Cuándo ocurre esto?

a) El *tiempo* (variable independiente) con la *temperatura del agua* (variable dependiente). b) Eje de abscisas: 4 cuadrillos representan 1 minuto. Eje de ordenadas: dos cuadrillos representan 10 °C. c) La ducha dura 5 minutos. d) A 10 °C. e) 35 °C. f) A los 2 minutos de iniciarse la ducha.

- Abrimos un grifo para llenar un depósito de agua. Esta gráfica muestra la altura que alcanza el agua en el depósito mientras está abierto el grifo, hasta que se llena.

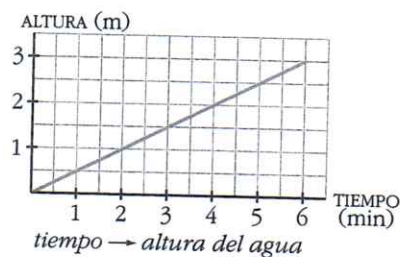
a) ¿Cuáles son las variables que se relacionan?

b) ¿Qué escala se utiliza para cada variable?

c) ¿Cuánto tiempo está abierto el grifo?

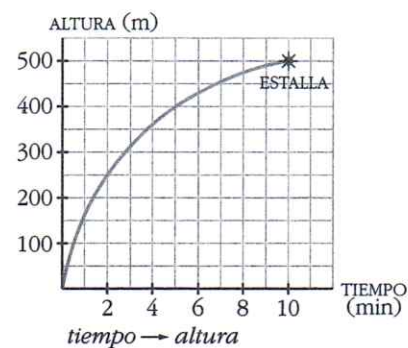
d) ¿Qué altura tiene el depósito?

e) ¿A qué altura llegaba el agua antes de abrir el grifo?



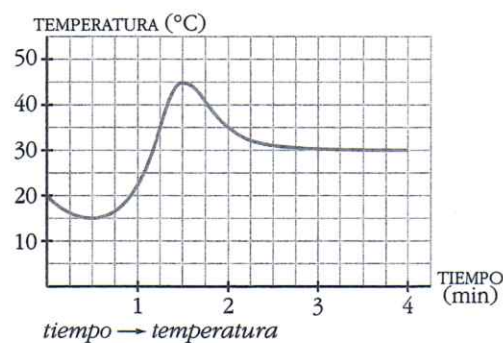
2. Se suelta un globo que se eleva. Esta gráfica representa cómo varía la altura del globo con el paso del tiempo, hasta que estalla.

- ¿A qué altura estalla? ¿Cuánto tarda en estallar desde que lo soltamos?
- ¿Cuáles son la variable independiente y la variable dependiente? ¿Qué escala se utiliza para cada variable?
- Di cuál es la altura del globo a los 2 min y a los 7 min.



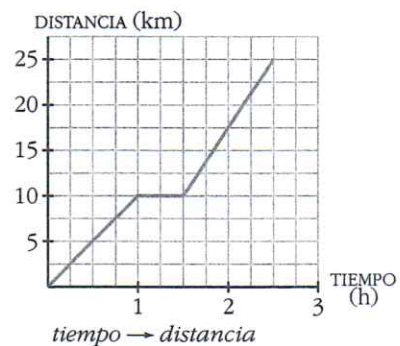
3. Esta gráfica muestra la temperatura a la que sale el agua de un grifo durante el tiempo que permanece abierto.

- ¿Cuáles son las variables? ¿Qué escala se utiliza en cada una?
- ¿Cuál es la temperatura del agua al cabo de 1 min? ¿Y a los 3 min?
- ¿Cuándo está el agua a 35 °C?
- Di cuál es la temperatura máxima que alcanza el agua y en qué momento se alcanza.
- ¿Cuál es la temperatura mínima y en qué momento se obtiene?
- Di cuál es la temperatura del agua al abrir el grifo.



4. Esta gráfica nos indica qué distancia cubrieron los participantes en una excursión en bicicleta, según transcurría el tiempo.

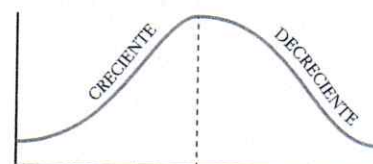
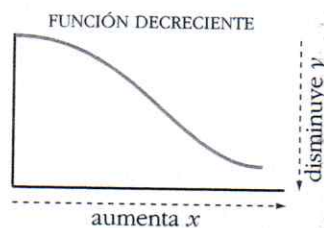
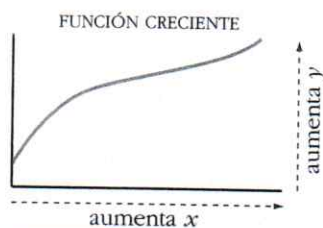
- ¿Cuántos kilómetros recorrieron? ¿Cuánto duró la excursión?
- ¿Qué escalas se utilizan en los ejes?
- En el camino hicieron una parada. Indica cuándo fue y cuánto duró.
- ¿Cuándo fueron más deprisa, antes o después de la parada?



2 VARIACIONES DE UNA FUNCIÓN

Crecimiento y decrecimiento

- Una función es **creciente** cuando al aumentar la variable independiente, x , aumenta también la variable dependiente, y .
- Una función es **decreciente** cuando al aumentar x , disminuye y .
- Muchas funciones tienen tramos crecientes y tramos decrecientes.



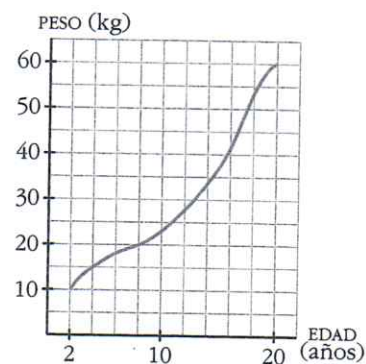
1. La gráfica de la derecha muestra la evolución del peso de un chico desde los 2 años hasta los 20 años.

a) Completa la siguiente tabla:

EDAD (años)	2	8	14	20
PESO (kg)				

b) Explica si se trata de una función creciente o decreciente.

c) Indica en cuál de estos periodos de tiempo su peso aumentó más: entre los 2 y los 8 años; entre los 8 y los 14 años; entre los 14 y los 20 años.



2. Observa en la gráfica de la derecha la evolución de las ganancias de un negocio durante unos años.

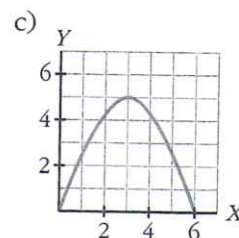
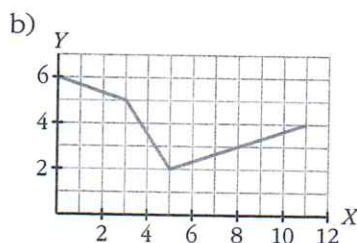
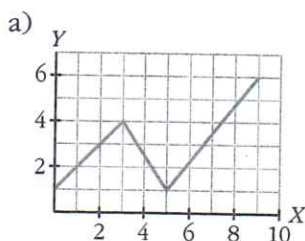
a) Completa la tabla:

AÑO	2005	2006	2007	2008	2009
GANANCIA					

b) Explica si se trata de una función creciente o decreciente.

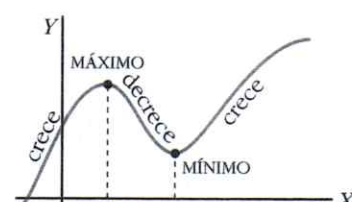
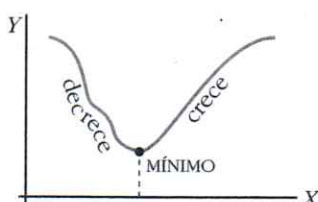
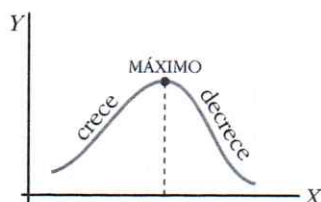


3. Señala tramos crecientes y tramos decrecientes en cada gráfica.



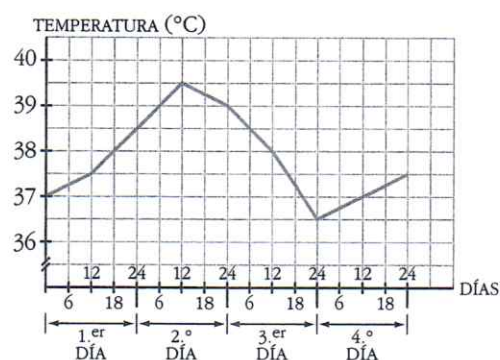
3 MÁXIMOS Y MÍNIMOS

- Una función tiene un **máximo** en un punto cuando su ordenada, y , es mayor que la ordenada de los puntos cercanos.
- Una función tiene un **mínimo** en un punto cuando su ordenada, y , es menor que la de los puntos cercanos.



1. La gráfica de la derecha refleja la temperatura de un enfermo durante cuatro días. La temperatura se ha tomado cada seis horas.

- ¿Cuál ha sido la temperatura máxima y en qué momento se produjo?
- ¿Cuál ha sido la temperatura mínima y en qué momento se produjo?
- Indica en qué tramos la función es creciente y en cuáles es decreciente.

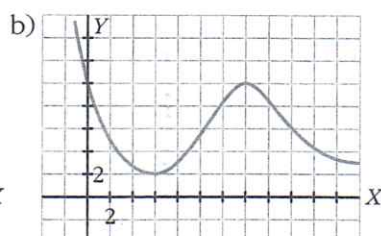
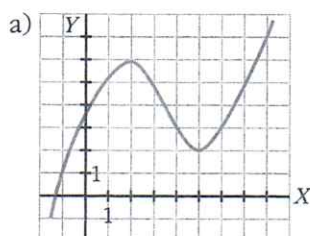


2. Observa en la gráfica de la derecha el número de coches estacionados en un aparcamiento público del centro de una ciudad.

- ¿Durante cuánto tiempo se ha hecho este estudio?
- ¿En qué momento el número de coches aparcados es mínimo? ¿Cuántos coches había en ese momento?
- ¿Cuándo fue máximo el número de coches aparcados? ¿Cuántos coches había en ese momento?

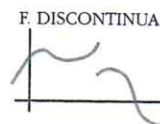
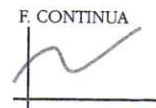


3. Señala, en cada caso, los puntos en los que hay máximo o mínimo.



5 CONTINUIDAD Y DISCONTINUIDADES

- Se dice que una función es **continua** cuando su gráfica se puede trazar sin levantar el lápiz del papel.
- Cuando una función tiene saltos, se dice que es **discontinua**.



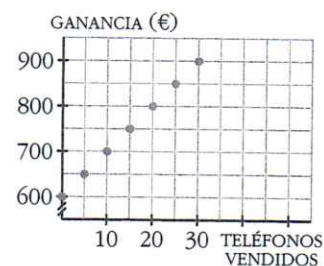
Ejemplo

Un vendedor de teléfonos móviles cobra 600 € mensuales más 10 € por cada aparato que vende. En el margen tienes la gráfica de la función

teléfonos vendidos → *ganancias mensuales*

El número de teléfonos vendidos puede ser 0, 1, 2, ... 10. No puede ser un número fraccionario o decimal.

Por eso **no se pueden unir los puntos**. La gráfica es **discontinua**.



1. Las tarifas de un aparcamiento son las siguientes:

Las dos primeras horas son gratis.

Cada hora siguiente o fracción: 1,5 €.

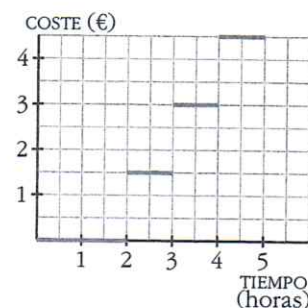
A la derecha está representada la gráfica de la función

tiempo de aparcamiento → *coste*

a) ¿Cuánto se paga por 3 horas? ¿Y por 3 horas y cuarto?

b) Explica por qué la gráfica tiene un salto en $x = 2$, $x = 3$, ...

c) ¿Es una función continua o discontinua?



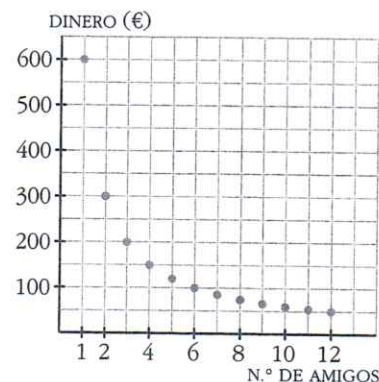
2. Un grupo de amigos quiere regalar a Carmen un ordenador por terminar sus estudios.

La gráfica de la derecha nos indica el dinero que tiene que poner cada uno según el número de participantes en el regalo.

a) ¿Por qué no se pueden unir los puntos?

b) ¿Es una función continua o discontinua?

c) Explica la tendencia de la función cuando el número de amigos es grande.

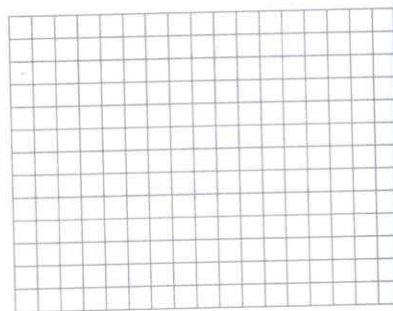


7 CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS

1. El peso de un perro al nacer es de 700 g, y al cabo de un año pesa 3 kg.

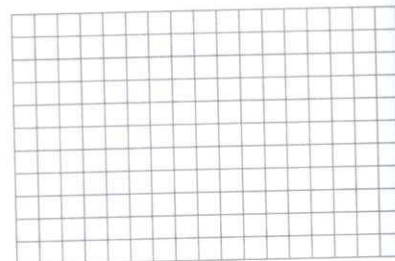
La evolución del peso es lenta durante los dos primeros meses, aumenta rápidamente entre el 2.º y el 7.º mes y crece muy lentamente los cinco meses siguientes.

Representa la función *tiempo* $\rightarrow$ *peso* del perro durante ese primer año de vida.



2. Carlos tarda una hora en ir andando desde su casa a la de María, que está a 5 km. Permanece allí durante dos horas y media y regresa en bicicleta. El camino de vuelta lo hace en 15 minutos.

- a) Representa la gráfica *tiempo* $\rightarrow$ *distancia a su casa* del recorrido de Carlos.
b) Calcula la velocidad de vuelta a casa en km/h.

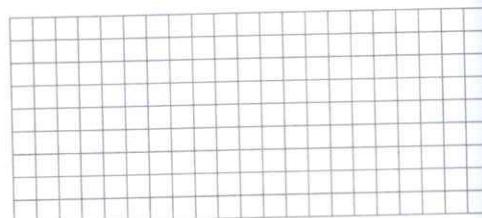


3. Un depósito de agua se vacía a un ritmo constante de 50 l por minuto. En el depósito hay 4000 l.

- a) Completa la tabla que nos indica el agua que hay en el depósito según los minutos transcurridos:

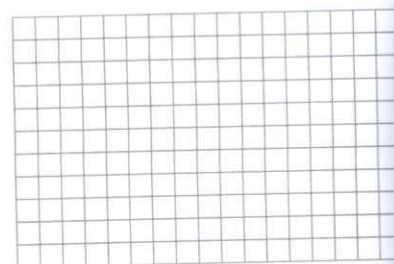
TIEMPO (min)	0	5	10	20	30	50
VOLUMEN (l)	4000	3750				

- b) Representa la función *tiempo* $\rightarrow$ *cantidad de agua*. Para ello, toma estas escalas:
- Eje X: dos cuadritos, 5 minutos.
 - Eje Y: dos cuadritos, 1000 l.



4. Desconectamos una plancha que está a 100 °C y observamos que la temperatura desciende hasta 50 °C en los dos primeros minutos y sigue bajando más lentamente hasta llegar a la temperatura ambiente, 18 °C, en 15 minutos.

- a) Representa la función *tiempo* $\rightarrow$ *temperatura*.
b) ¿Observas alguna tendencia en la función?

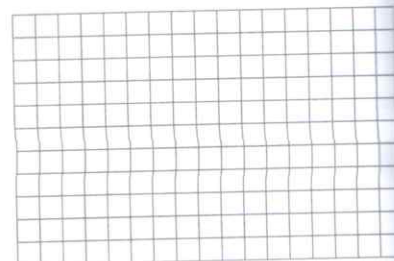


5. El área de un cuadrado depende de su lado: $A = l^2$.

- a) Completa la tabla:

LADO (m)	0	1	2	3	4	5
ÁREA (m ²)	0	1				

- b) Representa la función *longitud del lado* $\rightarrow$ *área*.



1. Funciones reales de variable real

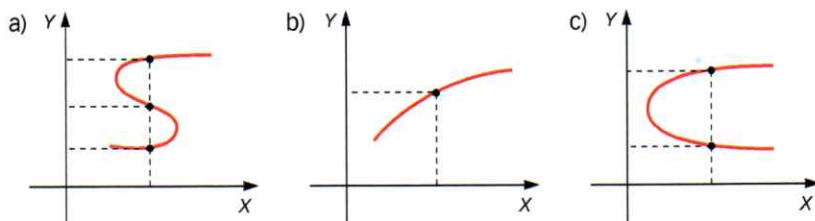
Una **función real**, f , de **variable real** es una relación que asocia a cada número real, x , un único número real, $y = f(x)$. Se puede expresar de esta forma.

$$\begin{array}{ccc} f: \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longrightarrow & y = f(x) \end{array}$$

La variable x se denomina **variable independiente** y la variable y es la **variable dependiente**.

EJEMPLOS

1. Indica si las gráficas corresponden a funciones o no.



En las gráficas a) y c) existen valores de la variable x a los que corresponde más de un valor de y . Por lo tanto, estas gráficas no corresponden a funciones.

En la gráfica b), a cada valor de x para el que existe la gráfica le corresponde un único valor de y . Esta gráfica corresponde a una función.

2. El precio del metro de tela es 7,50 €. La relación entre las magnitudes **longitud de tela**, en metros, y **precio**, en euros, ¿es una función?

La relación entre la **longitud de tela**, x , y su **precio**, y , se puede expresar como:

$$y = 7,50 \cdot x$$

Si se agrupan algunos pares de valores en forma de tabla, se tiene que:

Longitud (m)	0,5	1	1,5	2	2,5
Precio (€)	3,75	7,50	11,25	15	18,75

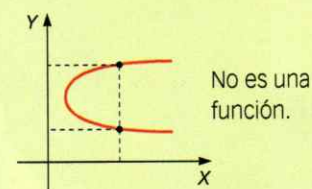
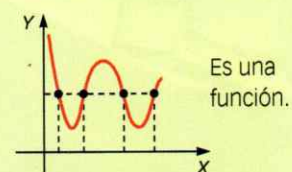
Para cada longitud, x , se tiene un único precio, y (una cantidad de tela no puede tener dos precios distintos).

La relación entre estas dos magnitudes es una función.



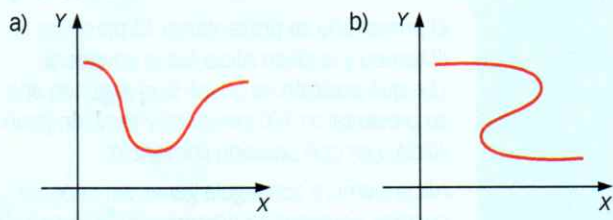
NO OLVIDES

La gráfica de una función puede cortar más de una vez una recta horizontal, pero solo puede cortar una vez una recta vertical.



ACTIVIDADES

- 1 Justifica si las siguientes gráficas corresponden a funciones.



- 2 Indica, de manera razonada, si la relación entre las dos magnitudes es una función o no en cada uno de los siguientes casos.

- La cantidad de fruta que compra una familia, en kilos, y el número de piezas de fruta que se lleva.
- El número de kilos de fruta que compra una familia y el precio de la compra.
- La cantidad de fruta que compra una familia, en kilos, y el precio de un kilo de fruta.