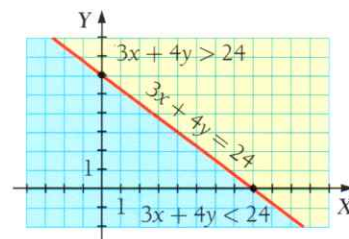


2.3 Inecuaciones con dos incógnitas

Para resolver inecuaciones con dos incógnitas, primero consideramos la inecuación como una ecuación y representamos en el plano la recta que expresa. Como esta recta divide el plano en dos partes, tomamos un punto de cada una y determinamos la región del plano que es la solución de la inecuación.

Las soluciones de estas inecuaciones se expresan en forma de regiones del plano que están delimitadas por una recta.



Hazlo así

EJEMPLO

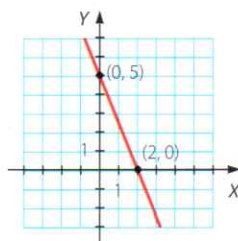
CÓMO RESOLVEMOS UNA INECUACIÓN LINEAL CON DOS INCÓGNITAS

Resuelve esta inecuación con dos incógnitas: $5x + 2y > 10$

PRIMERO. Consideramos la desigualdad como una igualdad, y dando valores a x e y , representamos la recta que expresa.

$$5x + 2y = 10 \xrightarrow{x=0} y = 5 \rightarrow \text{Punto } (0, 5)$$

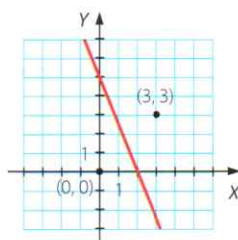
$$5x + 2y = 10 \xrightarrow{y=0} x = 2 \rightarrow \text{Punto } (2, 0)$$



SEGUNDO. La recta divide el plano en dos regiones. Tomamos dos puntos, uno de cada región del plano.

El punto $(0, 0)$ pertenece a la parte inferior del plano.

El punto $(3, 3)$ pertenece a la parte superior del plano.



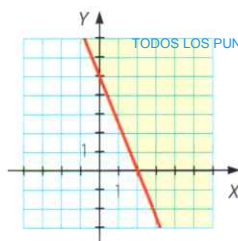
TERCERO. Comprobamos si esos puntos son soluciones de la inecuación. Si un punto verifica la desigualdad, entonces toda la región es solución.

$$\text{Si } x = 0, y = 0 \rightarrow 5 \cdot 0 + 2 \cdot 0 > 10 \rightarrow 0 > 10 \quad \text{No es solución.}$$

$$\text{Si } x = 3, y = 3 \rightarrow 5 \cdot 3 + 2 \cdot 3 > 10 \rightarrow 21 > 10 \quad \text{Es solución.}$$

La solución de la inecuación es la parte del plano que ocupan todos los puntos situados en la misma región que $(3, 3)$.

Como la desigualdad no contiene el signo $=$, la recta no forma parte de la solución.



Date cuenta

Si en la inecuación la desigualdad es $\leq$ o $\geq$, la recta forma parte de la región solución.

ACTIVIDADES

26 Representa en el plano la región solución de estas inecuaciones.

- $x + y < 0$
- $x - y \leq 0$
- $2x - y > 1$
- $y - 2 \geq 0$

27 Dibuja las siguientes regiones del plano.

- Los puntos del plano con abscisa positiva.
- Los puntos del plano con ordenada mayor o igual que cero.

Encuentra una inecuación que tenga cada una de esas regiones como conjunto solución.

2.3 SISTEMAS DE INECUACIONES CON DOS INCOGNITAS

Hazlo así

CÓMO RESOLVEMOS LOS SISTEMAS DE INECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS

Calcula la solución de este sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

$$\begin{cases} 2x + y \leq 10 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases}$$

PRIMERO. Resolvemos cada una de las inecuaciones por separado, y representamos la parte del plano que es solución de cada una de las inecuaciones.

Para la inecuación $2x + y \leq 10$ tenemos que:

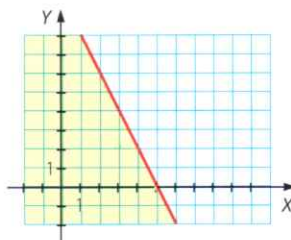
$$2x + y = 10 \xrightarrow{x=0} y = 10 \rightarrow \text{Punto } (0, 10)$$

$$2x + y = 10 \xrightarrow{y=0} x = 5 \rightarrow \text{Punto } (5, 0)$$

Para el punto $(0, 0)$ se cumple que:

$$2x + y \leq 10 \xrightarrow{x=0, y=0} 2 \cdot 0 + 0 \leq 10$$

$(0, 0)$ es solución.



Para la inecuación $2x + 3y \leq 18$ tenemos que:

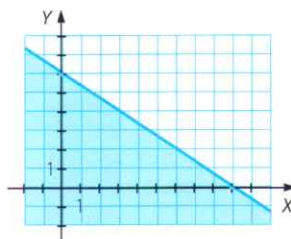
$$2x + 3y = 18 \xrightarrow{x=0} y = 6 \rightarrow \text{Punto } (0, 6)$$

$$2x + 3y = 18 \xrightarrow{y=0} x = 9 \rightarrow \text{Punto } (9, 0)$$

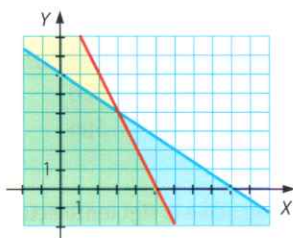
Para el punto $(0, 0)$ se cumple que:

$$2x + 3y \leq 18 \xrightarrow{x=0, y=0} 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \leq 18$$

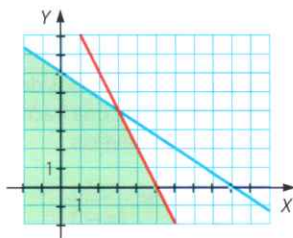
$(0, 0)$ es solución.



SEGUNDO. Representamos, en los mismos ejes, la parte del plano que es solución de cada inecuación.



TERCERO. Elegimos la región del plano que cumple ambas inecuaciones.



La solución del sistema es la parte del plano que está coloreada.

ACTIVIDADES

30 Calcula las soluciones de estos sistemas de inecuaciones.

a) $\begin{cases} x + 2y < 4 \\ -2x + y \geq 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 12x - 3y \geq 7 \\ -x + 2y \leq 12 \end{cases}$

31 Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con dos incógnitas.

a) $\begin{cases} 2x - 3y + 6 > 0 \\ x + 2y < 11 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x - y \geq 0 \\ x < 2 \end{cases}$

Inecuaciones

1. CÓMO SE RESUELVE UNA INECUACIÓN QUE CONTIENE FRACCIONES ALGEBRAICAS

22 Resuelve esta inecuación: $\frac{x^2 - 2x + 4}{x - 4} \geq x$

SOLUCIÓN

PRIMERO. Se opera hasta obtener una fracción algebraica en un miembro, y cero en el otro.

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 4} - x &\geq 0 \\ \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 4} - \frac{x(x - 4)}{x - 4} &\geq 0 \\ \frac{x^2 - 2x + 4 - x^2 + 4x}{x - 4} &\geq 0 \rightarrow \frac{2x + 4}{x - 4} \geq 0 \end{aligned}$$

SEGUNDO. Se resuelven las dos ecuaciones que se forman, igualando a cero el numerador y el denominador.

$$\begin{aligned} 2x + 4 &= 0 & x - 4 &= 0 \\ x &= -2 & x &= 4 \end{aligned}$$

TERCERO. Las soluciones obtenidas dividen la recta real en intervalos. Tomamos un punto de cada intervalo.



El punto $x = -3$ pertenece al intervalo $(-\infty, -2)$.

El punto $x = 0$ pertenece al intervalo $(-2, 4)$.

El punto $x = 5$ pertenece al intervalo $(4, +\infty)$.

CUARTO. Se comprueba si estos puntos son soluciones de la inecuación, porque si un punto del intervalo verifica la desigualdad, entonces todo el intervalo es solución.

$$\begin{aligned} x = -3 &\rightarrow \frac{(-3)^2 - 2 \cdot (-3) + 4}{-3 - 4} \geq -3 \rightarrow \frac{19}{-7} \geq -3 \\ x = 0 &\rightarrow \frac{0^2 - 2 \cdot 0 + 4}{0 - 4} \geq 0 \rightarrow \frac{4}{-4} \geq 0 \\ x = 5 &\rightarrow \frac{5^2 - 2 \cdot 5 + 4}{5 - 4} \geq 5 \rightarrow \frac{19}{1} \geq 5 \end{aligned}$$

QUINTO. Se comprueba si las soluciones de la ecuación, $x = 2$ y $x = 4$, son soluciones de la inecuación.

$$x = -2 \rightarrow \frac{(-2)^2 - 2 \cdot (-2) + 4}{-2 - 4} \geq -2 \rightarrow \frac{12}{-6} \geq -2$$

$x = 4 \rightarrow$ La fracción algebraica no existe



Por tanto, la solución de la inecuación es la unión de dos intervalos: $(-\infty, -2] \cup (4, +\infty)$

Sistemas de inecuaciones

1. CÓMO SE RESUELVEN PROBLEMAS MEDIANTE UN SISTEMA DE INECUACIONES

- 23** Un fabricante quiere mezclar un producto A, que cuesta 40 €/kg, con otro producto B, que cuesta 20 €/kg. Para que la mezcla pese más de 50 kg y el coste sea menor de 2.000 €, averigua las cantidades que puede comprar de cada producto.

SOLUCIÓN

PRIMERO. Se identifican las incógnitas.

$x \rightarrow$ kilogramos del producto A

$y \rightarrow$ kilogramos del producto B

SEGUNDO. Se plantea el sistema de inecuaciones.

La mezcla es mayor de 50 kg.

$$x + y > 50$$

El coste es menor de 2.000 €.

$$\text{Coste del producto A} \rightarrow 40 \cdot x$$

$$\text{Coste del producto B} \rightarrow 20 \cdot y$$

$$40x + 20y < 2.000$$

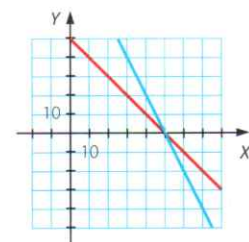
TERCERO. Se resuelve el sistema.

$$\left. \begin{aligned} x + y &> 50 \\ 40x + 20y &< 2.000 \end{aligned} \right\} :20 \rightarrow \left. \begin{aligned} x + y &> 50 \\ 2x + y &< 100 \end{aligned} \right\}$$

Se representan ambas rectas en unos mismos ejes, y se calcula la parte del plano que es solución de cada inecuación.

La recta $x + y = 50$ pasa por $(0, 50)$ y $(50, 0)$.

La recta $2x + y = 100$ pasa por $(0, 100)$ y $(50, 0)$.



Tomando un punto de cada región en las que queda dividido el plano, se obtiene como solución la región sombreada en verde.

