

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 3x3 RESUELTOS POR EL MÉTODO DE GAUSS - MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS

- Una tienda posee 3 tipos de conservas, A, B y C. El precio medio de las 3 conservas es de 0.90 €. Un cliente compra 30 unidades de A, 20 de B y 10 de C, debiendo abonar 56 €. Otro compra 20 unidades de A y 25 de C y abona 31 €. Calcula el precio de una unidad A, otra de B y otra de C.

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= \text{precio de una unidad de A} \\ y &= \text{precio de una unidad de B} \\ z &= \text{precio de una unidad de C} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} \frac{x+y+z}{3} = 0,9 \\ 30x + 20y + 10z = 56 \\ 20x + 25z = 31 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 2,7 \\ 30x + 20y + 10z = 56 \\ 20x + 25z = 31 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2,7 \\ 30 & 20 & 10 & 56 \\ 20 & 0 & 25 & 31 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 - 30F_1 \\ F_3 - 20F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2,7 \\ 0 & -10 & -20 & -25 \\ 0 & -20 & 5 & -23 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - 2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2,7 \\ 0 & -10 & -20 & -25 \\ 0 & 0 & 45 & 27 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 2,7 \\ -10y - 20z = -25 \\ 45z = 27 \end{cases}$$

$$z = \frac{27}{45} = \frac{3}{5} = 0,6 ; -10y - 20 \cdot 0,6 = -25 \rightarrow -10y = -13 \rightarrow y = \frac{-13}{-10} = 1,3 ; x + 1,3 + 0,6 = 2,7 \rightarrow x = 0,8$$

Solución: Cada unidad de conserva de tipo A cuesta 0,80 €, cada una de tipo B, 1,30€ y cada una de tipo C, 0,60€.

- Se juntan 30 personas entre hombres, mujeres y niños. Se sabe que entre los hombres y las mujeres duplican al número de niños. También se sabe que entre los hombres y el triple de las mujeres exceden en 20 al doble de niños. Plantear un sistema de ecuaciones que permita averiguar el número de hombres, mujeres y niños. Resolver el sistema de ecuaciones planteado y comentar el resultado.

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= \text{nº de hombres} \\ y &= \text{nº de mujeres} \\ z &= \text{nº de niños} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 30 \\ x + y = 2z \\ x + 3y = 2z + 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 30 \\ x + y - 2z = 0 \\ x + 3y - 2z = 20 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 20 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 0 & -3 & -30 \\ 0 & 2 & -3 & -10 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 \leftrightarrow F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 2 & -3 & -10 \\ 0 & 0 & -3 & -30 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 30 \\ 2y - 3z = -10 \\ -3z = -30 \end{cases}$$

$$z = \frac{-30}{-3} = 10 ; 2y - 3 \cdot 10 = -10 \rightarrow 2y = 20 \rightarrow y = \frac{20}{2} = 10 ; x + 10 + 10 = 30 \rightarrow x = 10$$

Solución: Hay 10 hombres, 10 mujeres y 10 niños.

- Un estado compra 540 000 barriles de petróleo a tres suministradores diferentes que lo venden a 27, 28 y 31 \$ el barril, respectivamente. La factura total asciende a 15 999 000 \$. Si del primer suministrador recibe el 30% del total del petróleo comprado, ¿cuál es la cantidad comprada a cada suministrador?

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= \text{nº de barriles comprados al 1º sumin.} \\ y &= \text{nº de barriles comprados al 2º sumin.} \\ z &= \text{nº de barriles comprados al 3º sumin.} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 540000 \\ 27x + 28y + 31z = 15999000 \\ x = 0,3 \cdot 540000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 540000 \\ 27x + 28y + 31z = 15999000 \\ x = 162000 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 162000 \\ 1 & 1 & 1 & 540000 \\ 27 & 28 & 31 & 15999000 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 - F_1 \\ F_3 - 27F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 162000 \\ 0 & 1 & 1 & 378000 \\ 0 & 28 & 31 & 1162500 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - 28F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 162000 \\ 0 & 1 & 1 & 378000 \\ 0 & 0 & 3 & 1041000 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x = 162000 \\ y + z = 378000 \\ 3z = 1041000 \end{cases}$$

$$z = \frac{1041000}{3} = 347000 ; y + z = 378000 \rightarrow y = 31000 ; x = 162000$$

Solución: Se compraron 162000 barriles al 1º suministrador, 31000 barriles al 2º suministrador y 347000 al 3º.

- Un fabricante de coches ha lanzado al mercado tres nuevos modelos (A, B y C). El precio de venta de cada modelo es 1.5, 2 y 3 millones de PTAS, respectivamente, ascendiendo el importe total de los coches vendidos durante el primer mes a 250 millones. Por otra parte, los costes de fabricación son de 1 millón por coche para el modelo A, de 1.5 para el modelo B y de 2 para el C. El coste total de fabricación de los coches vendidos en ese mes fue de 175 millones y el número total de coches vendidos 140. Plantea un sistema para determinar el número de coches vendidos de cada modelo y resuelve el problema. Comenta los resultados obtenidos.

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= \text{nº de coches del modelo A} \\ y &= \text{nº de coches del modelo B} \\ z &= \text{nº de coches del modelo C} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 140 \\ 1,5x + 2y + 3z = 250 \\ x + 1,5y + 2z = 175 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 140 \\ 1,5 & 2 & 3 & 250 \\ 1 & 1,5 & 2 & 175 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 - 1,5F_1 \\ F_3 - F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 140 \\ 0 & 0,5 & 1,5 & 40 \\ 0 & 0,5 & 1 & 35 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 140 \\ 0 & 0,5 & 1,5 & 40 \\ 0 & 0 & -0,5 & -5 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 140 \\ 0,5y + 1,5z = 40 \\ -0,5z = -5 \end{cases}$$

$$z = \frac{-5}{-0,5} = 10 ; 0,5y + 1,5 \cdot 10 = 40 \rightarrow 0,5y = 25 \rightarrow y = \frac{25}{0,5} = 50 ; x + 50 + 10 = 140 \rightarrow x = 80$$

Solución: Se vendieron 80 coches del modelo A, 50 coches del modelo B y 10 coches del modelo C.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 3x3 RESUELTOS POR EL MÉTODO DE GAUSS – MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS

5. Un almacén distribuye cierto producto que fabrican 3 marcas distintas: A, B y C. La marca A lo envasa en cajas de 250 gramos y su precio es de 100 €, la marca B lo envasa en cajas de 500 gramos a un precio de 180 € y la marca C lo hace en cajas de 1 kilogramo a un precio de 330 €. El almacén vende a un cliente 2.5 kilogramos de este producto por un importe de 890 €. Sabiendo que el lote iba envasado en 5 cajas, plantea un sistema para determinar cuántas cajas de cada tipo se han comprado y resuelve el problema.

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= n^{\circ} \text{ de cajas de 250 g} \\ y &= n^{\circ} \text{ de cajas de 500 g} \\ z &= n^{\circ} \text{ de cajas de 1000 g} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 5 \\ 250x + 500y + 1000z = 2500 \text{ (se puede dividir por 250)} \\ 100x + 180y + 330z = 890 \text{ (se puede dividir por 10)} \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 10 \\ 10 & 18 & 33 & 89 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2-F_1, F_3-10F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 8 & 23 & 39 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3-8F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 5 \\ y + 3z = 5 \\ -z = -1 \end{cases}$$

$$z = 1; y + 3 = 5 \rightarrow y = 2; x + 2 + 1 = 5 \rightarrow x = 2$$

Solución: Se han comprado 2 cajas de 250 g., 2 cajas de 500 g. y 1 caja de 1 kg

6. Se venden 3 especies de cereales: trigo, cebada y mijo. El trigo se vende cada "saco" por 4 denarios. La cebada se vende cada "saco" por 2 denarios. El mijo se vende cada "saco" por 0.5 denarios. Si se venden 100 "sacos" y se obtiene por la venta 100 denarios, ¿cuántos "sacos" de cada especie se venden? Interpreta la(s) solución(es).

7. Un estado compra 758 000 barriles de petróleo a tres suministradores diferentes que lo venden a 30, 28 y 25 \$ el barril, respectivamente. La factura total asciende a 17 millones de \$. Si del primer suministrador recibe el 24% del total del petróleo comprado, plantea un sistema de ecuaciones que te permita determinar cuál es la cantidad comprada a cada suministrador y resuelve el problema.

8. Una editorial dispone de tres textos diferentes para Matemáticas de 2º de Bachillerato de Ciencias Sociales y Humanas. El texto A se vende a 9 € el ejemplar; el texto B a 11 € y el C a 13 €. En la campaña correspondiente a un curso académico la editorial ingresó, en concepto de ventas de estos libros de Matemáticas 8400 €. Sabiendo que el libro A se vendió tres veces más que el C, y que el B se vendió tanto como el A y el C juntos, plantea un sistema de ecuaciones que te permita averiguar cuántos se vendieron de cada tipo y resuelve el problema.

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= n^{\circ} \text{ de ejemplares vendidos del texto A} \\ y &= n^{\circ} \text{ de ejemplares vendidos del texto B} \\ z &= n^{\circ} \text{ de ejemplares vendidos del texto C} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} 9x + 11y + 13z = 8400 \\ x = 3z \\ y = x + z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 9x + 11y + 13z = 8400 \\ x - 3z = 0 \\ -x + y - z = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 9 & 11 & 13 & 8400 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2+F_1, F_3-9F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 11 & 40 & 8400 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3-11F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 84 & 8400 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x - 3z = 0 \\ y - 4z = 0 \\ 84z = 8400 \end{cases}$$

$$z = \frac{8400}{84} = 100; y - 4 \cdot 100 = 0 \rightarrow y = 400; x - 3 \cdot 100 = 0 \rightarrow x = 300$$

Solución: Se vendieron 300 ejemplares del texto A, 400 ejemplares del texto B y 100 ejemplares del texto C

9. Los sueldos del padre, la madre y un hijo sumados dan 1950 €. La madre gana el doble que el hijo. El padre gana 2/3 de lo que gana la madre. Calcular cuánto gana cada uno.

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= \text{suelto del padre} \\ y &= \text{suelto de la madre} \\ z &= \text{suelto del hijo} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1950 \\ y = 2z \\ x = \frac{2}{3}y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1950 \\ y - 2z = 0 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1950 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & -2 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3-3F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1950 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -5 & -3 & -5850 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3+5F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1950 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -13 & -5850 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1950 \\ y - 2z = 0 \\ -13z = -5850 \end{cases}$$

$$z = \frac{-5850}{-13} = 450; y - 2 \cdot 450 = 0 \rightarrow y = 900; x + 900 + 450 = 1950 \rightarrow x = 600$$

Solución: El sueldo del padre es de 600€, el de la madre 900€ y el del hijo, 450€

10. En una granja se venden pollos, pavos y perdices a razón de 1.2, 0.9 y 2.4 €/Kg, respectivamente. En cierta semana los ingresos totales de la granja ascendieron a 3420 €. Además se sabe que la cantidad de pollo vendida superó en 100 Kg a la de pavo y que se vendió de perdiz la mitad que la de pavo.

- (a) Plantea un sistema de ecuaciones para averiguar la cantidad vendida de cada tipo de carne.
(b) Resuelve dicho sistema y comenta los resultados.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 3x3 RESUELTOS POR EL MÉTODO DE GAUSS - MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= \text{kg de pollo vendidos} \\ y &= \text{kg de pavo vendidos} \\ z &= \text{kg de perdiz vendidos} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} 1,2x + 0,9y + 2,4z = 3420 \\ x = y + 100 \\ z = \frac{1}{2}y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1,2x + 0,9y + 2,4z = 3420 \\ x - y = 100 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1,2 & 0,9 & 2,4 & 3420 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - 1,2F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2,1 & 2,4 & 3300 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - 2,1F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 6,6 & 3300 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x - y = 100 \\ y - 2z = 0 \\ 6,6z = 3300 \end{cases}$$

$$z = \frac{3300}{6,6} = 500 ; y - 2 \cdot 500 = 0 \rightarrow y = 1000 ; x - 1000 = 100 \rightarrow x = 1100$$

Solución: Se han vendido 1100 kg de carne de pollo, 1000 kg de carne de pavo y 500 kg de carne de perdiz

11. Un distribuidor de material escolar ha clasificado 120 lápices en cajas de tres tamaños: 3 de tipo pequeño, 5 mediano y 2 grande. Una vez clasificados han sobrado 6 lápices. Además se sabe que las cajas medianas contienen el doble que las cajas pequeñas y las grandes el triple. Plantea un sistema para determinar el número de lápices que contiene cada tipo de caja y resuelve el problema.

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= \text{nº de lápices en caja pequeña} \\ y &= \text{nº de lápices en caja mediana} \\ z &= \text{nº de lápices en caja grande} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} 3x + 5y + 2z = 120 - 6 \\ y = 2x \\ z = 3x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 5y + 2z = 114 \\ y - 2x = 0 \\ 3x - z = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 2 & 114 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 \cdot (-1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 2 & 114 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 - 3F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 2 & 114 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 2 & 114 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 \cdot \frac{1}{2}} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 2 & 114 \\ 1 & -0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 2 & 114 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 \cdot 3} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 2 & 114 \\ 3 & -1,5 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 2 & 114 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 - F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 2 & 114 \\ 0 & 6,5 & 2 & 114 \\ 0 & 6 & 2 & 114 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 - F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 2 & 114 \\ 0 & 6,5 & 2 & 114 \\ 0 & 0 & 0 & -342 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} 3x + 5y + 2z = 114 \\ 13y + 4z = 228 \\ -19z = -342 \end{cases}$$

$$z = \frac{-342}{-19} = 18 ; 13y + 4 \cdot 18 = 228 \rightarrow y = \frac{228 - 72}{13} = \frac{156}{13} = 12 ; 3x + 5 \cdot 12 + 2 \cdot 18 = 114 \rightarrow x = \frac{18}{3} = 6$$

Solución: Hay 6 lápices en cada caja pequeña, 12 lápices en cada caja mediana y 18 lápices en cada caja grande.

12. En cierto colegio, al principio de curso, la relación del número de alumnas al de alumnos era de 8/7. Al finalizar el curso, habían causado baja, por diversas causas, 40 chicas y el 4% de los chicos, y la relación era de 15/14. ¿Cuántos alumnos de cada sexo acabaron el curso?

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= \text{nº de alumnos al principio de curso} \\ y &= \text{nº de alumnas al principio de curso} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{8}{7} \\ y - 40 = \frac{15}{14} \cdot \frac{0,96x}{1} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8x - 7y = 0 \\ 14x - 14y = -560 \text{ (se divide entre 14)} \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -40 \\ 8 & -7 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 - 8F_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -40 \\ 0 & 1 & 320 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x - y = -40 \\ y = 320 \end{cases} \rightarrow y = 320 ; x - 320 = -40 \rightarrow x = 280$$

Solución: Al principio de curso había 280 alumnos y 320 alumnas.

13. En dos grupos de Bachillerato A y B, había en el curso 95, un cierto número de alumnos. En el curso 96, se aumentaron 5 alumnos a A y 6 a B, resultando éste con doble número de alumnos. En el curso 97, se aumentaron 2 a B, y se redujo en 4 alumnos el grupo A, resultando este grupo con la tercera parte de alumnos que en B.

- (a) Plantea un sistema de ecuaciones que te permita determinar cuántos alumnos había en A y en B en el 95.
(b) Resuelve dicho sistema y comenta los resultados.

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= \text{nº de alumnos en el grupo A (curso 95)} \\ y &= \text{nº de alumnos en el grupo B (curso 95)} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} 2(x + 5) = y + 6 \\ x + 1 = \frac{1}{3}(y + 8) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - y = -4 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & -4 \\ 3 & -1 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{2F_2 - 3F_1} \left(\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & 22 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} 2x - y = -4 \\ y = 22 \end{cases} \rightarrow y = 22 ; 2x - 22 = -4 \rightarrow x = \frac{18}{2} = 9$$

Solución: En el curso 95 había 9 alumnos en el grupo A y 22 alumnos en el grupo B.

14. Por tres entradas de patio y seis de palco se han pagado 90.15 €. Estudiar los casos en los que se han pagado también:

(a) 42.07 € por dos entradas de patio y dos de palco.

(b) 30.05 € por una entrada de patio y dos de palco.

(c) 66.11 € por dos entradas de patio y dos de palco.

Calcula los precios de cada localidad en los casos en que esto sea posible.

15. Se dispone de un recipiente de 24 litros de capacidad y de tres medidas, A, B y C. Se sabe que el volumen de A es el doble del de B, que las tres medidas llenan el depósito y que las dos primeras lo llenan hasta la mitad. ¿Qué capacidad tiene cada medida?

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= \text{capacidad de la medida A} \\ y &= \text{capacidad de la medida B} \\ z &= \text{capacidad de la medida C} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 24 \\ x = 2y \\ x + y = \frac{24}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 24 \\ x - 2y = 0 \\ x + y = 12 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 24 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 12 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 - F_1 \\ F_3 - F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 24 \\ 0 & -3 & -1 & -24 \\ 0 & 0 & -1 & -12 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 24 \\ -3y - z = -24 \\ -z = -12 \end{cases}$$

$$z = 12 ; -3y - 12 = -24 \rightarrow y = \frac{-24 + 12}{-3} = \frac{-12}{-3} = 4 ; x + 4 + 12 = 24 \rightarrow x = 24 - 4 - 12 = 8$$

Solución: La capacidad de la medida A es de 8 litros, la de la medida B es de 4 litros y la del C es de 12 litros.

16. Una marca comercial utiliza tres ingredientes (A, B y C) en la elaboración de tres tipos de pizzas (P₁, P₂ y P₃). P₁ se elabora con 1 unidad de A, 2 de B y 2 de C; P₂ con 2 unidades de A, 1 de B y 1 de C, y P₃ con 2 unidades de A, 1 de B y 2 de C. El precio de venta es de 7.2 € para P₁, 6.15 para P₂ y 7.35 para P₃. Sabiendo que el margen comercial (beneficio) es de 2.4 € en cada una de ellas, ¿qué le cuesta a dicha marca comercial cada unidad de A, B y C? Justificar la respuesta.

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= \text{coste de 1 unidad del ingrediente A} \\ y &= \text{coste de 1 unidad del ingrediente B} \\ z &= \text{coste de 1 unidad del ingrediente C} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} x + 2y + 2z = 7,2 - 2,4 \\ 2x + y + z = 6,15 - 2,4 \\ 2x + y + 2z = 7,35 - 2,4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2y + 2z = 4,8 \\ 2x + y + z = 3,75 \\ 2x + y + 2z = 4,95 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 4,80 \\ 2 & 1 & 1 & 3,75 \\ 2 & 1 & 2 & 4,95 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 - 2F_1 \\ F_3 - 2F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 4,80 \\ 0 & -3 & -3 & -5,85 \\ 0 & -3 & -2 & -4,65 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 4,80 \\ 0 & -3 & -3 & -5,85 \\ 0 & 0 & 1 & 1,20 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x + 2y + 2z = 4,80 \\ -3y - 3z = -5,85 \\ z = 1,20 \end{cases}$$

$$z = 1,20 ; -3y - 3 \cdot 1,20 = -5,85 \rightarrow y = \frac{-5,85 + 3,60}{-3} = \frac{-2,25}{-3} = 0,75 ; x + 2 \cdot 0,75 + 2 \cdot 1,2 = 4,80 \rightarrow x = 0,90$$

Solución: Cada unidad de ingrediente A cuesta 0,90€, cada unidad del ingrediente B, 0,75€ y cada una del C, 1,20€.

17. ¿Un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas puede ser indeterminado?
18. Seis amigos acuden a una heladería del centro de Palma. Un día, por un helado gigante, un granizado y cuatro vasos de agua mineral, pagan 20.43 €. Al día siguiente pagan por cuatro helados gigantes y dos granizados, 26.44 €. Busca los precios del helado y del granizado en función del precio del agua mineral y también en el caso de que ésta valga 3.01 €.
19. Las edades de tres hermanos son tales que el quintuplo de la edad del primero, más el cuádruplo de la edad del segundo, más el triple de la edad del tercero, es igual a 60. El cuádruplo de la edad del primero, más el triple de la edad del segundo, más el quintuplo de la del tercero, es igual a 50. Y el triple de la edad del primero, más el quintuplo de la del segundo, más el cuádruplo de la del tercero, es igual a 46.

(a) Plantea un sistema de ecuaciones que permita determinar las edades de los tres hermanos.

(b) Resuelve el sistema planteado y comenta los resultados.

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= \text{edad del primer hermano} \\ y &= \text{edad del segundo hermano} \\ z &= \text{edad del tercer hermano} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} 5x + 4y + 3z = 60 \\ 4x + 3y + 5z = 50 \\ 3x + 5y + 4z = 46 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 4 & 3 & 60 \\ 4 & 3 & 5 & 50 \\ 3 & 5 & 4 & 46 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{5F_2 - 4F_1 \\ 5F_3 - 3F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 4 & 3 & 60 \\ 0 & -1 & +13 & 10 \\ 0 & 13 & 11 & 50 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 + 13F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 4 & 3 & 60 \\ 0 & -1 & +13 & 10 \\ 0 & 0 & 180 & 180 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} 5x + 4y + 3z = 60 \\ -y + 13z = 10 \\ 180z = 180 \end{cases}$$

$$z = 1 ; -y + 13 \cdot 1 = 10 \rightarrow y = \frac{10 - 13}{-1} = \frac{-3}{-1} = 3 ; 5x + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 60 \rightarrow x = \frac{60 - 12 - 3}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

Solución: El hermano mayor tiene 9 años, el mediano tiene 3 años y el pequeño 1 año.

20. Una cooperativa farmacéutica distribuye un producto en tres formatos distintos A, B y C. Las cajas de tipo A tienen un peso de 250 gramos y un precio de 0,6 €, las de tipo B pesan 500 gramos y su precio es de 1,08 €, mientras que las C pesan 1 kilogramo y cuestan 1,98 €. A una farmacia se le ha suministrado un lote de 5 cajas, con un peso de 2,5 kilogramos, por un importe de 5,34 €. ¿Cuántas cajas de cada tipo ha comprado la farmacia?

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 3x3 RESUELTOS POR EL MÉTODO DE GAUSS – MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= n^{\circ} \text{ de cajas de } 250 \text{ g} \\ y &= n^{\circ} \text{ de cajas de } 500 \text{ g} \\ z &= n^{\circ} \text{ de cajas de } 1000 \text{ g} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 5 \\ 250x + 500y + 1000z = 2500 \text{ (se puede dividir por 250)} \\ 0,6x + 1,08y + 1,98z = 5,34 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 10 \\ 0,6 & 1,08 & 1,98 & 5,34 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 - F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0,48 & 1,38 & 2,34 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - 0,48F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -0,06 & -0,06 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 5 \\ y + 3z = 5 \\ -0,06z = -0,06 \end{cases}$$

$$z = \frac{-0,06}{-0,06} = 1 ; y + 3 = 5 \rightarrow y = 2 ; x + 2 + 1 = 5 \rightarrow x = 2$$

Solución: Se han comprado 2 cajas de 250 g, 2 cajas de 500 g y 1 caja de 1 kg

21. Una empresa cinematográfica dispone de tres salas A, B y C. Los precios de entrada a cada una de estas salas son 1, 2 y 3 €, respectivamente. Un día la recaudación conjunta de las tres salas fue de 425 € y el número total de espectadores que acudieron fue de 200. Si los espectadores de la sala A hubiesen asistido a la sala B y los de la sala B a la sala A, se obtendría una recaudación de 400 €.

Calcúlese el número de espectadores que acudió a cada sala.

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= n^{\circ} \text{ de espectadores en la sala A} \\ y &= n^{\circ} \text{ de espectadores en la sala B} \\ z &= n^{\circ} \text{ de espectadores en la sala C} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 200 \\ x + 2y + 3z = 425 \\ y + 2x + 3z = 400 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 200 \\ x + 2y + 3z = 425 \\ 2x + y + 3z = 400 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 1 & 2 & 3 & 425 \\ 2 & 1 & 3 & 400 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 - F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & 1 & 2 & 225 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 + F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & 1 & 2 & 225 \\ 0 & 0 & 3 & 225 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 200 \\ y + 2z = 225 \\ 3z = 225 \end{cases}$$

$$z = \frac{225}{3} = 75 ; y + 2 \cdot 75 = 225 \rightarrow y = 225 - 150 \rightarrow y = 75 ; x + 75 + 75 = 200 \rightarrow x = 50$$

Solución: A la sala A acudieron 50 espectadores, a la sala B acudieron 75 espectadores y a la C, 75 espectadores

22. En la tienda "El As de Oros" se pueden comprar los artículos A, B y C por un total de 6.01 €. También por 6.01 € se pueden comprar los artículos A, B y C en la tienda "El As de Copas", si bien en esta tienda los artículos A y B son un 10% más caros que en la tienda "El As de Oros", en tanto que el artículo C es un 10% más barato en "El As de Copas" que en "El As de Oros".

(a) ¿Cuál es el precio del artículo C en "El As de Oros"?

(b) ¿Cuánto cuesta comprar los artículos A y B en "El As de Copas"?

23. Compramos 2 productos que cuestan 22 000 €. A la semana siguiente hacemos la misma compra y, como el primer artículo está rebajado un 10% y el segundo un 20% respecto de la semana anterior, sólo nos cuesta 18 600 €. ¿Cuánto nos costará el mismo material si en una nueva ocasión los precios están rebajados un 10% y un 20% respectivamente, en relación a los precios de la segunda semana?

24. Tres personas A, B y C, le van a hacer un regalo a un amigo común. El regalo les cuesta 240€. Como no todos disponen del mismo dinero, deciden pagar de la siguiente manera: A paga el triple de lo que pagan B y C juntos, y por cada 0.12 € que paga B, C paga 0.18 €. Plantea un sistema que permita determinar cuánto paga cada persona y resuelve el problema.

Planteamiento:

$$\begin{aligned} x &= \text{aportación de A} \\ y &= \text{aportación de B} \\ z &= \text{aportación de C} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 240 \\ x = 3(y + z) \\ 0,12z = 0,18y \text{ (viene de } \frac{0,12}{0,18} = \frac{y}{z}) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 240 \\ x - 3y - 3z = 0 \\ 3y - 2z = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 240 \\ 1 & -3 & -3 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 - F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 240 \\ 0 & -4 & -4 & -240 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 / -4} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 240 \\ 0 & 1 & 1 & 60 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - 3F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 240 \\ 0 & 1 & 1 & 60 \\ 0 & 0 & -5 & -180 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 240 \\ y + z = 60 \\ -5z = -180 \end{cases}$$

$$z = \frac{-180}{-5} = 36 ; y + 36 = 60 \rightarrow y = 60 - 36 \rightarrow y = 24 ; x + 24 + 36 = 240 \rightarrow x = 180$$

Solución: La persona A aportó 180 €, la persona B aportó 24 € y la persona C aportó 36 €

25. Un grupo de 5 amigos piden dos cafés y 3 helados en una cafetería, por lo que el camarero les cobra 5.75 €. Llegan otros 4 que piden 3 cafés y un helado por lo que pagan 4.25 €. Posteriormente llega otro grupo de los que uno pide un café y los demás piden 1 helado y pagan 6 €. ¿Cuál es el precio del café y del helado? ¿Cuántos amigos se juntan en la cafetería?