

3.2 ECUACIONES BICUADRADAS

RECUERDA

- Son de la forma: $ax^4 + bx^2 + c = 0$, con $a \neq 0$
- Para resolverlas, podemos hacer un cambio de variable, llamando $x^2 = z$.
Así, obtenemos:
 $az^2 + bz + c = 0$, que es una ecuación de segundo grado.
- Resolvemos la ecuación, obteniendo el valor (o valores) de z , y deshacemos el cambio de variable:
 $x = \pm \sqrt{z}$

EJERCICIO RESUELTO

Resolver: a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ c) $x^4 - 25x^2 = 0$

a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \xrightarrow{x^2 = z} z^2 - 13z + 36 = 0$

$$z = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2} \begin{cases} z = 4 \\ z = 9 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} z = 4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm \sqrt{4} \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases} \\ z = 9 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm \sqrt{9} \begin{cases} x = -3 \\ x = 3 \end{cases} \end{array} \right\} \text{ Tiene 4 soluciones.}$$

b) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0 \xrightarrow{x^2 = z} z^2 + 3z - 4 = 0$

$$z = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} \begin{cases} z = -4 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} z = -4 \rightarrow x^2 = -4 \rightarrow \text{No da solución para } x. \\ z = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm \sqrt{1} \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \end{array} \right\} \text{ Tiene 2 soluciones.}$$

c) $x^4 - 25x^2 = 0 \rightarrow x^2(x^2 - 25) = 0 \begin{cases} x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \\ x^2 - 25 = 0 \begin{cases} x = -5 \\ x = 5 \end{cases} \end{cases} \text{ Tiene 3 soluciones.}$

1 Resuelve:

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b) $x^4 + x^2 + 2 = 0$

c) $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$

d) $x^4 - 1 = 0$

2 Resuelve estas ecuaciones:

a) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

b) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

c) $x^4 - 4x^2 = 0$

d) $x^4 + 1 = 0$

e) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

f) $x^4 + x^2 = 0$

g) $9x^4 - 46x^2 + 5 = 0$

h) $x^4 - \frac{5}{4}x^2 + \frac{1}{4} = 0$

i) $x^2(x^2 - 17) + 16 = 0$

j) $x^4 + 100 = 29x^2$

k) $x^4 - \frac{13}{36}x^2 + \frac{1}{36} = 0$

l) $(2x^2 + 1)(x^2 - 3) = (x^2 + 1)(x^2 - 1) - 8$

m) $\frac{1}{4}(3x^2 - 1)(x^2 + 3) - \frac{1}{3}(2x^2 + 1)(x^2 - 3) = 4x^2$